Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2017, 2. Termin, 31. August 2017
Version: A

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

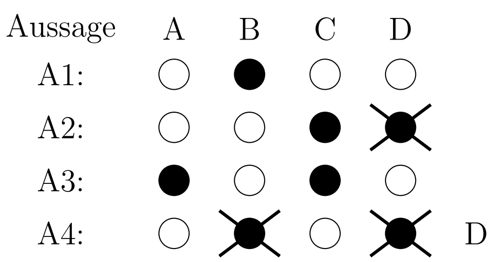
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 30 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

Aufgabe
Ein Versuch wird unter gleichbleibenden Bedingungen 20 Mal wiederholt. Dabei wird 7 Mal ein Ereignis A beobachtet. Für A ist dann $7/20$ eine

A1: (A) klassische Wahrscheinlichkeit. (B) statistische Wahrscheinlichkeit. (C) (A)–(B) sind falsch.

Aufgabe
In zwei Urnen befinden sich jeweils 10 Kugeln, die jeweils von 1 bis 10 durchnummeriert sind. Aus jeder Urne wird eine Kugel gezogen. Das Zugergebnis ist jeweils die Zahl, die auf der Kugel steht. Die Wahrscheinlichkeit, dass sich die beiden gezogenen Zahlen um höchstens 1 unterscheiden, liegt in

A2: (A) $[0.20, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.30]$. (C) $(0.30, 0.35]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
A und B seien unabhängige Ereignisse mit $P(A) = 0.3$ und $P(B) = 0.4$.
$P(A \cup B)$ liegt dann in

A3: (A) $[0.45, 0.55]$. (B) $(0.55, 0.65]$. (C) $(0.65, 0.75]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
A, B und C seien unabhängige Ereignisse mit $P(B \cap C) > 0$.
Die Aussage „$P(A|B \cup C) = P(A)$“ ist dann

A4: (A) stets falsch. (B) stets richtig. (C) weder stets richtig noch stets falsch.

Aufgabe
Für einen Aktienfond treffen drei Analysten die Kaufentscheidungen. Eine vorgeschlagene Aktie wird gekauft, wenn die Mehrheit mit „ja“ stimmt. Erfahrungsgemäß stimmen die Analysten unabhängig voneinander jeweils mit Wahrscheinlichkeit 0.8 mit „ja“.
Die Wahrscheinlichkeit, dass eine vorgeschlagene Aktie gekauft wird, liegt in

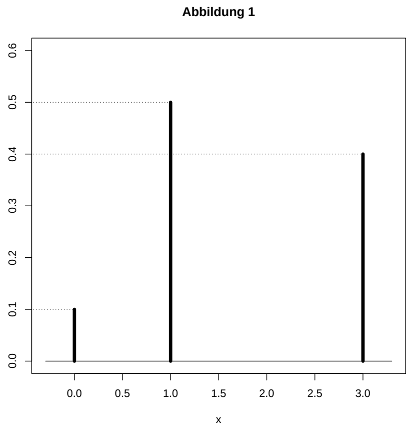
A5: (A) $[0.70, 0.75]$. (B) $(0.75, 0.80]$. (C) $(0.80, 0.85]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

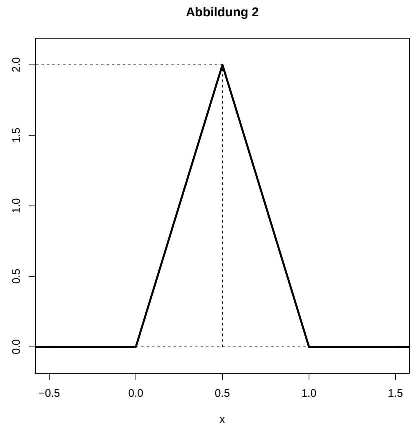
Aufgabe
Gegeben seien 2 Körbe mit Obst: im ersten Korb befinden sich 2 Äpfel und 4 Birnen und im zweiten Korb befinden sich 5 Äpfel und 1 Birne. Wir werfen einen idealen Würfel. Wenn eine ‚1‘ oder ‚2‘ geworfen wird, ziehen wir eine Frucht aus dem ersten Korb, sonst eine Frucht aus dem zweiten Korb. Dabei sei die Wahrscheinlichkeit für jede Frucht, aus dem zugehörigen Korb gezogen zu werden, jeweils gleich groß.
Die Wahrscheinlichkeit, dass bei dieser Vorgehensweise ein Apfel gezogen wird, liegt in

A6: (A) $[0.60, 0.65]$. (B) $(0.65, 0.70]$. (C) $(0.70, 0.75]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Wahrscheinlichkeit, dass beim Würfeln eine ‚6‘ geworfen wurde, wenn ein Apfel gezogen wurde, liegt im Intervall

A7: (A) $[0.12, 0.15]$. (B) $(0.15, 0.19]$. (C) $(0.19, 0.23]$. (D) (A)–(C) sind falsch.





Aufgabe

Abbildung 1 ist die Darstellung einer

A8: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion. (C) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Abbildung 2 ist die Darstellung einer

A9: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion. (C) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Aufgabe

Die Zufallsvariable X sei diskret verteilt gemäß folgender Wahrscheinlichkeitstabelle:

x	0	1	2	3	4
$P(X = x)$	0.1	0.15	0.35	0.0	0.4

Der Träger zu X ist

A10: (A) $\{0, 1, 2, 4\}$. (B) $\{1, 2, 3, 4\}$. (C) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Verteilungsfunktion zu X an der Stelle 2.5 ist in

A11: (A) $[0.55, 0.65]$. (B) $(0.65, 0.75]$. (C) $(0.75, 0.85]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

$Var(X^2)$ liegt in

A12: (A) $[2, 6]$. (B) $(22, 26]$. (C) $(42, 46]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe

X sei stetig verteilt mit Dichte

$$f_X(x) = \frac{2}{9} \cdot x \cdot I_{[0,3]}(x).$$

$E(2X^2 - 1)$ liegt in

A13: (A) $[6.5, 7.5]$. (B) $(7.5, 8.5]$. (C) $(8.5, 9.5]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Das 0.7-Quantil zu X liegt im Intervall

A14: (A) $[1.80, 2.10]$. (B) $(2.10, 2.40]$. (C) $(2.40, 2.70]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Über die Brieflaufzeiten (gemessen in Tagen) macht die Post eines Landes folgende Angaben: Von allen abgesandten Briefen sind 70% einen Tag, 85% höchstens zwei Tage, 95% höchstens drei Tage und 100% höchstens vier Tage unterwegs, bis sie den Empfänger erreichen.
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Brief genau drei Tage unterwegs ist, ist gleich

A15: (A) 0.05. (B) 0.10. (C) 0.15. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die im Mittel erwartete Versanddauer eines Briefes (in Tagen) liegt dann in

A16: (A) $[1.35, 1.55]$. (B) $(1.55, 1.75]$. (C) $(1.75, 1.95]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Die Zufallsvariablen X_i, $i = 1, \ldots, 25$, seien u.i.v. mit $E(X_i) = 1$ und $Var(X_i) = 4$. Die Summe $T = \sum_{i=1}^{25} X_i$ soll durch eine lineare Funktion $L = a + b \cdot T$ so transformiert werden, dass $E(L) = 0$ und $Var(L) = 1$ sind.
a liegt in

A17: (A) $[-3.2, -2.8]$. (B) $(-2.8, -2.4]$. (C) $(-2.4, -2.0]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

b liegt im Intervall

A18: (A) $[0.12, 0.15]$. (B) $(0.15, 0.18]$. (C) $(0.18, 0.21]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Zum diskreten Zufallsvektor (X, Y) ist folgende unvollständige Kontingenztabelle gegeben:

$X \setminus Y$	1	2	Σ
0			0.40
1	0.20		
Σ		0.70	

$P(X = 0, Y = 1)$ liegt in

A19: (A) $[0.00, 0.05]$. (B) $(0.05, 0.15]$. (C) $(0.15, 0.25]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

$E(Y|X = 1)$ liegt im Intervall

A20: (A) $[1.15, 1.30]$. (B) $(1.30, 1.45]$. (C) $(1.45, 1.60]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Ein Produktionsverfahren kann als Bernoulli-Experiment aufgefasst werden, bei dem bei einer Durchführung entweder *ein* brauchbares oder *ein* unbrauchbares Teil entsteht. Um zwei Teile zu produzieren, wird das Verfahren zweimal durchgeführt. Betrachten Sie dazu die beiden folgenden Zufallsvariablen:

$$X_i = \text{Anzahl der unbrauchbaren Teile bei der } i\text{-ten Durchführung},$$

$i = 1, 2$. Wie lässt sich das Ereignis $\{X_1 + X_2 = 1\}$ beschreiben?

A21: (A) Beide Teile sind brauchbar. (B) Beide Teile sind unbrauchbar.
(C) Genau ein Teil ist unbrauchbar. (D) Höchstens ein Teil ist unbrauchbar.

Aufgabe
Würfel 1 sei ein idealer Würfel. Würfel 2 sei auch ein idealer, sechsseitiger Würfel, allerdings seien 3 Seiten mit ‚1' und die verbleibenden Seiten mit einer ‚6' beschriftet.
Die im Mittel erwartete Augenzahl, die mit Würfel 2 geworfen wird, liegt in

A22: (A) $[2.70, 2.90]$. (B) $(2.90, 3.20]$. (C) $(3.20, 3.40]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Wahrscheinlichkeit, dass mit dem Würfel 1 eine größere Augenzahl als mit dem Würfel 2 geworfen wird, liegt in

A23: (A) $[0.40, 0.43]$. (B) $(0.43, 0.46]$. (C) $(0.46, 0.49]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Ein Autovermieter stellt fest, dass die Anzahl der von zwei bestimmten Kunden täglich nachgefragten Fahrzeuge unabhängige Zufallsvariablen sind. Die Anzahl der täglich nachgefragten Fahrzeuge ist für Kunde 1 Bernoulli-verteilt mit Parameter 0.1 und für Kunde 2 binomialverteilt mit den Parametern $n = 3$ und $\pi = 0.5$.
Die Wahrscheinlichkeit, dass an einem Tag von beiden Kunden zusammen höchstens zwei Fahrzeuge nachgefragt werden, liegt in

A24: (A) $[0.70, 0.75]$. (B) $(0.75, 0.80]$. (C) $(0.80, 0.85]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Es sei $X \sim Po(3)$. Dann liegt $P(X \geq 2)$ in

A25: (A) $[0.76, 0.79]$. (B) $(0.79, 0.82]$. (C) $(0.82, 0.85]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Die Gewichte von Äpfeln (einer speziellen Sorte) mögen normalverteilt sein mit $\mu = 150$ und $\sigma = 30$ (alle Angaben in Gramm, g). Die Gewichte von Birnen (einer speziellen Sorte) seien normalverteilt mit Erwartungswert 200 und Standardabweichung 50. Alle Gewichte werden als unabhängig aufgefasst.
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Apfel mehr als 175 g wiegt, ist dann in

A26: (A) $[0.12, 0.15]$. (B) $(0.15, 0.18]$. (C) $(0.18, 0.21]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Apfel weniger als eine zufällig ausgewählte Birne wiegt, liegt im Intervall

A27: (A) $[0.79, 0.82]$. (B) $(0.82, 0.85]$. (C) $(0.85, 0.88]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Wahrscheinlichkeit, dass das Gesamtgewicht von drei Äpfeln und zwei Birnen 900 g nicht überschreitet, liegt in

A28: (A) $[0.64, 0.67]$. (B) $(0.67, 0.70]$. (C) $(0.70, 0.73]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
$U, V \sim G(0, 1)$ seien unabhängig, $X = U + 2V$ und $Y = 2U - 2V$. Dann ist $Cov(X, Y)$ in

A29: (A) $[-0.18, -0.14]$. (B) $(-0.14, -0.10]$. (C) $(-0.10, -0.06]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Der Korrelationskoeffizient von X und Y liegt in

A30: (A) $[-0.34, -0.30]$. (B) $(-0.30, -0.26]$. (C) $(-0.26, -0.22]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Eine ideale Münze wird 1000 Mal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass genau 500 Mal ‚Zahl' geworfen wird, liegt in

A31: (A) $[0.023, 0.026]$. (B) $(0.026, 0.029]$. (C) $(0.029, 0.032]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. gemäß Verteilungstabelle

x	0	4	8
$P(X_i = x)$	0.2	0.2	0.6

Für das arithmetische Mittel $\bar{X}_n$ für $n = 100$ ist dann $P(\bar{X}_n \leq 6.0)$ in

A32: (A) $[0.84, 0.88]$. (B) $(0.88, 0.92]$. (C) $(0.92, 0.96]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
X, Y, Z seien u.i.v. mit $E(X) = \mu$ und $Var(X) = \sigma^2$. Folgende Schätzer seien gegeben:

$$S = X + Y - Z, \qquad T = (X + Y - 2Z)^2.$$

(a) S ist ein erwartungstreuer Schätzer für

A33: (A) μ. (B) 2μ. (C) 3μ. (D) (A)–(C) sind falsch.

(a) T ist ein erwartungstreuer Schätzer für

A34: (A) $2\sigma^2$. (B) σ^2. (C) $4\sigma^2$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n \sim Po(\lambda)$ seien u.i.v. Gegeben seien die Schätzer

$$U_n = 2\bar{X}_n, \qquad V_n = \frac{1}{n+2} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X}_n)^2.$$

Ein konsistenter Schätzer für den Parameter λ ist gegeben durch

A35: (A) U_n, nicht V_n. (B) V_n, nicht U_n. (C) U_n und V_n. (D) weder U_n noch V_n.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. $\text{Exp}(\theta + 1)$-verteilt mit einem unbekanntem Parameter $\theta \geq 0$. Der Momentenschätzer zu θ ist dann

A36: (A) $1/\bar{X}_n - 1$. (B) $1 - 1/\bar{X}_n$. (C) $1/\bar{X}_n + 1$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Die Gewichte zufällig ausgewählter Äpfel der Sorte Elstar seien normalverteilt. Eine Stichprobe vom Umfang 150 hat einen Mittelwert von 147.1 g und eine Stichprobenstandardabweichung von 29.5 g ergeben.
Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervalls für das im Mittel zu erwartende Gewicht eines Apfels der Sorte Elstar (in g) liegt in

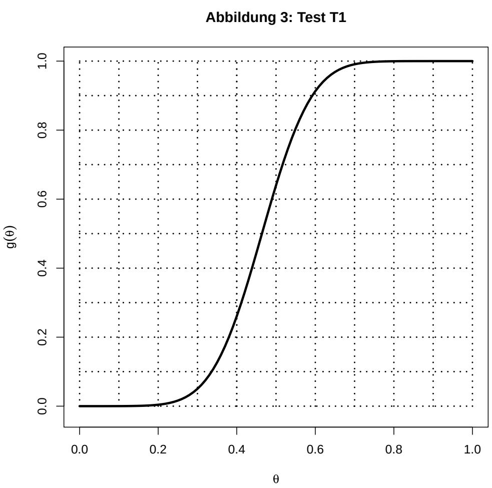
A37: (A) $[151.5, 152.1]$. (B) $(152.1, 152.7]$. (C) $(152.7, 153.3]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

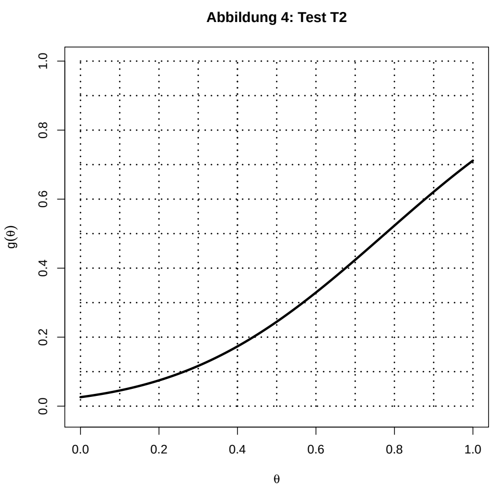
Aufgabe
Das Bundesamt für Arbeit möchte den Anteil θ der Frauen unter den Teilzeitkräften in Deutschland ermitteln. Von 225 zufällig ausgewählten Teilzeitkräften waren 180 weiblich.
Die untere Grenze des approximativen 0.95-Konfidenzintervalls zu θ liegt in

A38: (A) $[0.64, 0.67]$. (B) $(0.67, 0.70]$. (C) $(0.70, 0.73]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die obere Grenze des approximativen 0.95-Konfidenzintervalls für den Parameter $\tau = \theta/(1-\theta)$ liegt im Intervall

A39: (A) $[5.30, 5.60]$. (B) $(5.60, 5.90]$. (C) $(5.90, 6.20]$. (D) (A)–(C) sind falsch.





Aufgabe
In den Abbildungen 3 bzw. 4 finden Sie die Darstellungen von Gütefunktionen zu den Tests T1 bzw. T2 zum Testproblem $H_0 : \theta \leq 0.4$ vs. $H_1 : \theta > 0.4$ zum Parameter $\theta \in [0, 1]$.
Folgende Tests sind 0.2-Niveau-Tests für das angegebene Testproblem:

A40: (A) T2, nicht T1. (B) T1, nicht T2. (C) T1 und T2. (D) Weder T1 noch T2.

Für Test T2 liegt die Irrtumswahrscheinlichkeit für den Parameter $\theta = 0.6$ im Intervall

A41: (A) $[0.10, 0.20]$. (B) $(0.30, 0.40]$. (C) $(0.60, 0.70]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Das Eichamt überprüft anhand eines Signifikanztests mit Stichprobenumfang 36 und Signifikanzniveau 0.0139 bei einem Lebensmittelhersteller, ob die durchschnittliche Füllmenge bei 250g-Paketen mindestens 250 g beträgt (Nullhypothese). Erfahrungsgemäß ist die Füllmenge normalverteilt mit einer Standardabweichung von 3.0 g.
Die Nullhypothese wird dann genau dann abgelehnt, wenn $\bar{X}_n < c$ ist. Hierbei liegt c in

A42: (A) $[248.4, 248.7]$. (B) $(248.7, 249.0]$. (C) $(249.0, 249.3]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Im Rahmen einer Untersuchung wird das Gewicht (in kg) von 15 Jahre alten Kindern in einer speziellen Region erfasst. Aus früheren Untersuchungen ist bekannt, dass das Gewicht normalverteilt ist mit Erwartungswert μ und Varianz 25 (kg^2). 64 Kinder wurden zufällig ausgewählt und ihr Gewicht ermittelt. Als Stichprobenmitttelwert ergab sich $\bar{x} = 37.4$ kg.
Es soll die Nullhypothese zum Niveau 0.05 geprüft werden, ob μ kleiner oder gleich 37 kg ist.
Folgender Test ist in einer Einstichprobenversion durchzuführen: Ein

A43: (A) approx. Gauß-Test. (B) t-Test. (C) Gauß-Test. (D) approx. Binomial-Test.

Der Wert der Teststatistik des Tests liegt in

A44: (A) $[0.50, 0.60]$. (B) $(0.60, 0.70]$. (C) $(0.70, 0.80]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Der p-Wert des Tests liegt im Intervall

A45: (A) $[0.16, 0.20]$. (B) $(0.20, 0.24]$. (C) $(0.24, 0.28]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Eine Zufallsstichprobe von 11 Tüten Zucker, die mit einer Abfüllmaschine befüllt wurden, ergab folgende Werte (in g):

1066, 1031, 1029, 1043, 1110, 1066, 1081, 1118, 1076, 1027, 1009.

Gehen Sie davon aus, dass die Daten aus einer normalverteilten Grundgesamtheit stammen mit Erwartungswert μ.
Der Schätzwert für die Varianz ist im Intervall

A46: (A) $[1200, 1300]$. (B) $(1300, 1400]$. (C) $(1400, 1500]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Beträge der kritischen Werte für den Signifikanz-Test für das Testproblem $H_0 : \mu = 1000$ gegen $H_1 : \mu \neq 1000$ zum Niveau $\alpha = 0.05$ liegen im Intervall

A47: (A) $[1.94, 1.98]$. (B) $(1.98, 2.02]$. (C) $(2.02, 2.06]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Der Veranstalter eines Glücksspiel behauptet, die Gewinnwahrscheinlichkeit θ bei dem Spiel betrage mindestens 0.5. Ein Spieler nimmt an dem Spiel teil. Bei 100 Spielen gewinnt er 46 Mal. Mit der Absicht, die Behauptung des Veranstalters mit Signifikanz zu widerlegen, führt der Spieler einen geeigneten Signifikanztest zum Niveau $\alpha = 0.05$ durch.
Der Wert der Teststatistik liegt in

A48: (A) $[-1.5, -1.3]$. (B) $(-1.3, -1.1]$. (C) $(-1.1, -0.9]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Alternative des Tests lautet:

A49: (A) $\theta > 0.5$. (B) $\theta < 0.5$. (C) $\theta \neq 0.5$. (D) $\theta = 0.5$.

Die Nullhypothese wird auf Grundlage der vorliegenden Daten

A50: (A) nicht abgelehnt. (B) abgelehnt.

Aufgabe
Für das Gewicht von 110 Äpfeln der Sorte Braeburn ergab sich ein Mittelwert von 191.1 g und eine Stichprobenstandardabweichung von 37.0 g. Für das Gewicht von Birnen der Sorte Packham ergab sich für 90 Birnen ein Mittelwert von 204.1 g und eine Stichprobenstandardabweichung von 57.8 g. Es soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ mit statistischen Mitteln mit Signifikanz gezeigt werden, dass das im Mittel zu erwartende Gewicht eines Braeburn-Apfels kleiner als das im Mittel zu erwartende Gewicht einer Packham-Birne ist.
Der Absolutbetrag des Wertes der Teststatistik ist in

A51: (A) $[1.72, 1.77]$. (B) $(1.77, 1.82]$. (C) $(1.82, 1.87]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Nullhypothese wird

A52: (A) nicht abgelehnt. (B) abgelehnt.

Aufgabe
In einer Stadt wird vermutet, dass für in Privathaushalten lebende Rentner eine Abhängigkeit zwischen Haushaltsgröße und Geschlecht besteht.
Bei einer Befragung von 180 zufällig ausgewählten Rentnern erhielt man folgende Angaben:

	Geschlecht		
Haushaltsgröße	männlich	weiblich	Summe
1	6	24	30
2	36	72	108
3 oder größer	18	24	42
Summe	60	120	180

Zur Prüfung der Abhängigkeit soll ein Test zum Niveau 0.1 durchgeführt werden.
Der kritische Wert liegt im Intervall

A53: (A) $[4.50, 4.80]$. (B) $(4.80, 5.10]$. (C) $(5.10, 5.40]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A54: (A) $[4.00, 4.30]$. (B) $(4.30, 4.60]$. (C) $(4.60, 4.90]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Für Gebrauchtwagen eines bestimmten Typs und Alters gelte für den Zusammenhang zwischen den gefahrenen Kilometern x_i (in 1000 km) und dem Marktwert Y_i (in 1000 Euro) das einfache lineare Regressionsmodell

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + U_i, \quad i = 1, 2, \ldots, n,$$

mit $E(U_i) = 0$ und $Var(U_i) = \sigma^2 > 0$, unabhängig.
Die Behauptung des Händlers „Je 10 000 mehr gefahrenen Kilometern verringert sich der Marktwert um durchschnittlich 1000 Euro“ soll widerlegt werden.
Dann lautet die Nullhypothese des zugehörigen Tests

A55: (A) $H_0 : \beta_0 = -0.1$. (B) $H_0 : \beta_0 = -10$. (C) $H_0 : \beta_1 = -10$. (D) $H_0 : \beta_1 = -0.1$.

Für $n = 100$ Gebrauchtwagen des betrachteten Typs liegen folgende Daten vor:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 8\,000, \qquad \sum_{i=1}^{n} y_i = 500, \qquad \sum_{i=1}^{n} x_i y_i = 30\,000$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 690\,000, \qquad \sum_{i=1}^{n} y_i^2 = 4\,990.$$

Der KQ-Koeffizient zu β_1 liegt in

A56: (A) $[-0.28, -0.23]$. (B) $(-0.23, -0.18]$. (C) $(-0.18, -0.13]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Der Schätzwert von σ liegt in

A57: (A) $[1.5, 1.8]$. (B) $(1.8, 2.1]$. (C) $(2.1, 2.4]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe

Der Zusammenhang zwischen dem Teergehalt (Teer, in mg), Nikotingehalt (Nikotin, in mg) und der ausgestoßenen Kohlenmonoxidmenge (CO, in mg) soll für Zigaretten untersucht werden. Dazu wird eine lineare Regression von CO in Abhängigkeit von Teer und Nikotin durchgeführt. Das Ergebnis der Analyse mit Stata lieferte:

```
      Source |       SS           df       MS      Number of obs   =        25
-------------+----------------------------------   F(2, 22)        =    124.11
       Model |  495.255457         2  247.627729   Prob > F        =    0.0000
    Residual |  43.8949429        22  1.99522468   R-squared       =    0.9186
-------------+----------------------------------   Adj R-squared   =    0.9112
       Total |    539.1504        24     22.4646   Root MSE        =    1.4125

------------------------------------------------------------------------------
          CO |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
        Teer |   .9624741   .2366633     4.07   0.001     .4716644    1.453284
     Nikotin |  -2.646272   3.787199    -0.70   0.492    -10.50044    5.207898
       _cons |   3.089609     .84377     3.66   0.001     1.339737    4.839481
------------------------------------------------------------------------------
```

Das Bestimmtheitsmaß liegt im Intervall

A58: (A) $[0.84, 0.87]$. (B) $(0.87, 0.90]$. (C) $(0.90, 0.93]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Der Wert der Teststatistik für das Testproblem, dass der Koeffizient zu Teer kleiner oder gleich 0.5 ist, liegt in

A59: (A) $[1.9, 2.0]$. (B) $(2.0, 2.1]$. (C) $(2.1, 2.2]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Bei einem Teergehalt von 15 mg und Nikotingehalt von 1.0 mg erwarten wir im Mittel einen CO-Ausstoß (in mg), der in folgendem Intervall liegt:

A60: (A) $[11.5, 12.5]$. (B) $(12.5, 13.5]$. (C) $(13.5, 14.5]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung
Grundlagen der Statistik

FSS 2017, 2. Termin, 31. August 2017
Version: B

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

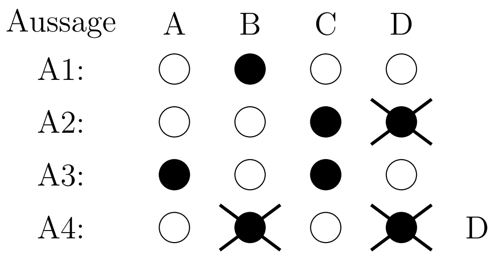
Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen



Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 30 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

Aufgabe
Ein Versuch wird unter gleichbleibenden Bedingungen 20 Mal wiederholt. Dabei wird 7 Mal ein Ereignis A beobachtet. Für A ist dann $7/20$ eine

A1: (A) statistische Wahrscheinlichkeit. (B) klassische Wahrscheinlichkeit. (C) (A)–(B) sind falsch.

Aufgabe
In zwei Urnen befinden sich jeweils 8 Kugeln, die jeweils von 1 bis 8 durchnummeriert sind. Aus jeder Urne wird eine Kugel gezogen. Das Zugergebnis ist jeweils die Zahl, die auf der Kugel steht. Die Wahrscheinlichkeit, dass sich die beiden gezogenen Zahlen um höchstens 1 unterscheiden, liegt in

A2: (A) $[0.26, 0.31]$. (B) $(0.31, 0.36]$. (C) $(0.36, 0.41]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
A und B seien unabhängige Ereignisse mit $P(A) = 0.4$ und $P(B) = 0.5$.
$P(A \cup B)$ liegt dann in

A3: (A) $[0.74, 0.81]$. (B) $(0.81, 0.88]$. (C) $(0.88, 0.95]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
A, B und C seien unabhängige Ereignisse mit $P(B \cap C) > 0$.
Die Aussage „$P(A|B \cup C) = P(A)$“ ist dann

A4: (A) stets richtig. (B) stets falsch. (C) weder stets richtig noch stets falsch.

Aufgabe
Für einen Aktienfond treffen drei Analysten die Kaufentscheidungen. Eine vorgeschlagene Aktie wird gekauft, wenn die Mehrheit mit „ja“ stimmt. Erfahrungsgemäß stimmen die Analysten unabhängig voneinander jeweils mit Wahrscheinlichkeit 0.7 mit „ja“.
Die Wahrscheinlichkeit, dass eine vorgeschlagene Aktie gekauft wird, liegt in

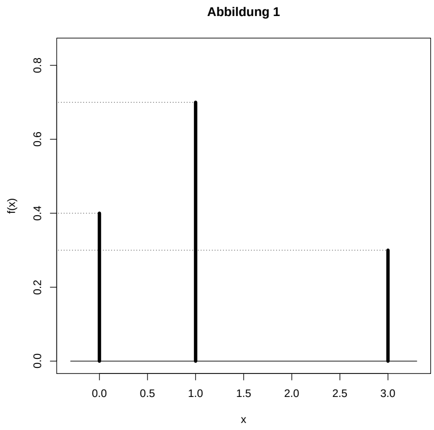
A5: (A) $[0.65, 0.70]$. (B) $(0.70, 0.75]$. (C) $(0.75, 0.80]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

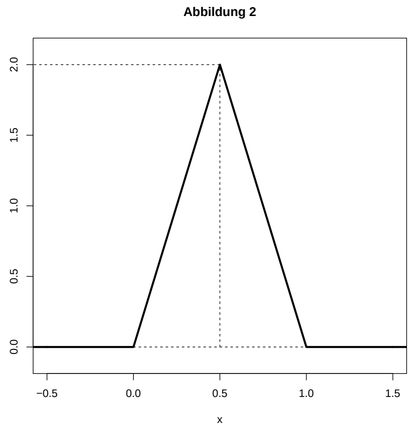
Aufgabe
Gegeben seien 2 Körbe mit Obst: im ersten Korb befinden sich 4 Äpfel und 4 Birnen und im zweiten Korb befinden sich 4 Äpfel und 2 Birnen. Wir werfen einen idealen Würfel. Wenn eine ‚1‘ bis ‚4‘ geworfen wird, ziehen wir eine Frucht aus dem ersten Korb, sonst eine Frucht aus dem zweiten Korb. Dabei sei die Wahrscheinlichkeit für jede Frucht, aus dem zugehörigen Korb gezogen zu werden, jeweils gleich groß.
Die Wahrscheinlichkeit, dass bei dieser Vorgehensweise ein Apfel gezogen wird, liegt in

A6: (A) $[0.42, 0.47]$. (B) $(0.47, 0.52]$. (C) $(0.52, 0.57]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Wahrscheinlichkeit, dass beim Würfeln eine ‚6‘ geworfen wurde, wenn ein Apfel gezogen wurde, liegt im Intervall

A7: (A) $[0.14, 0.18]$. (B) $(0.18, 0.22]$. (C) $(0.22, 0.26]$. (D) (A)–(C) sind falsch.





Aufgabe
Abbildung 1 ist die Darstellung einer

A8: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion. (C) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Abbildung 2 ist die Darstellung einer

A9: (A) Dichtefunktion. (B) Verteilungsfunktion. (C) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Aufgabe
Die Zufallsvariable X sei diskret verteilt gemäß folgender Wahrscheinlichkeitstabelle:

x	0	1	2	3	4
$P(X = x)$	0.1	0.15	0.0	0.25	0.5

Der Träger zu X ist

A10: (A) $\{0, 1, 2, 4\}$. (B) $\{1, 2, 3, 4\}$. (C) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Verteilungsfunktion zu X an der Stelle 2.5 ist in

A11: (A) $[0.10, 0.20]$. (B) $(0.20, 0.30]$. (C) $(0.30, 0.40]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

$Var(X^2)$ liegt in

A12: (A) $[39, 43]$. (B) $(43, 47]$. (C) $(47, 51]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
X sei stetig verteilt mit Dichte

$$f_X(x) = \frac{2}{9} \cdot x \cdot I_{[0,3]}(x).$$

$E(2X^2 + 1)$ liegt in

A13: (A) $[7.5, 8.5]$. (B) $(8.5, 9.5]$. (C) $(9.5, 10.5]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Das 0.8-Quantil zu X liegt im Intervall

A14: (A) $[1.90, 2.20]$. (B) $(2.20, 2.50]$. (C) $(2.50, 2.80]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Über die Brieflaufzeiten (gemessen in Tagen) macht die Post eines Landes folgende Angaben: Von allen abgesandten Briefen sind 50% einen Tag, 75% höchstens zwei Tage, 90% höchstens drei Tage und 100% höchstens vier Tage unterwegs, bis sie den Empfänger erreichen.
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Brief genau zwei Tage unterwegs ist, ist gleich

A15: (A) 0.05. (B) 0.10. (C) 0.15. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die im Mittel erwartete Versanddauer eines Briefes (in Tagen) liegt dann in

A16: (A) $[1.75, 1.95]$. (B) $(1.95, 2.15]$. (C) $(2.15, 2.35]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Die Zufallsvariablen X_i, $i = 1, \ldots, 20$, seien u.i.v. mit $E(X_i) = -1$ und $Var(X_i) = 16$. Die Summe $T = \sum_{i=1}^{20} X_i$ soll durch eine lineare Funktion $L = a + b \cdot T$ so transformiert werden, dass $E(L) = 0$ und $Var(L) = 1$ sind.
a liegt in

A17: (A) $[0.85, 0.95]$. (B) $(0.95, 1.05]$. (C) $(1.05, 1.15]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

b liegt im Intervall

A18: (A) $[0.05, 0.07]$. (B) $(0.07, 0.09]$. (C) $(0.09, 0.11]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Zum diskreten Zufallsvektor (X, Y) ist folgende unvollständige Kontingenztabelle gegeben:

$X \setminus Y$	1	2	Σ
0			0.60
1	0.30		
Σ		0.30	

$P(X = 0, Y = 1)$ liegt in

A19: (A) $[0.25, 0.35]$. (B) $(0.35, 0.45]$. (C) $(0.45, 0.55]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

$E(Y|X = 1)$ liegt im Intervall

A20: (A) $[0.80, 1.00]$. (B) $(1.00, 1.20]$. (C) $(1.20, 1.40]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Ein Produktionsverfahren kann als Bernoulli-Experiment aufgefasst werden, bei dem bei einer Durchführung entweder *ein* brauchbares oder *ein* unbrauchbares Teil entsteht. Um zwei Teile zu produzieren, wird das Verfahren zweimal durchgeführt. Betrachten Sie dazu die beiden folgenden Zufallsvariablen:

$$X_i = \text{Anzahl der unbrauchbaren Teile bei der } i\text{-ten Durchführung},$$

$i = 1, 2$. Wie lässt sich das Ereignis $\{X_1 + X_2 = 1\}$ beschreiben?

A21: (A) Genau ein Teil ist unbrauchbar. (B) Höchstens ein Teil ist unbrauchbar.
(C) Beide Teile sind brauchbar. (D) Beide Teile sind unbrauchbar.

Aufgabe
Würfel 1 sei ein idealer Würfel. Würfel 2 sei auch ein idealer, sechsseitiger Würfel, allerdings seien 4 Seiten mit ‚2' und die verbleibenden Seiten mit einer ‚5' beschriftet.
Die im Mittel erwartete Augenzahl, die mit Würfel 2 geworfen wird, liegt in

A22: (A) $[3.10, 3.25]$. (B) $(3.25, 3.40]$. (C) $(3.40, 3.55]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Wahrscheinlichkeit, dass mit dem Würfel 1 eine größere Augenzahl als mit dem Würfel 2 geworfen wird, liegt in

A23: (A) $[0.43, 0.47]$. (B) $(0.47, 0.51]$. (C) $(0.51, 0.55]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Ein Autovermieter stellt fest, dass die Anzahl der von zwei bestimmten Kunden täglich nachgefragten Fahrzeuge unabhängige Zufallsvariablen sind. Die Anzahl der täglich nachgefragten Fahrzeuge ist für Kunde 1 Bernoulli-verteilt mit Parameter 0.2 und für Kunde 2 binomialverteilt mit den Parametern $n = 3$ und $\pi = 0.4$.
Die Wahrscheinlichkeit, dass an einem Tag von beiden Kunden zusammen höchstens zwei Fahrzeuge nachgefragt werden, liegt in

A24: (A) $[0.85, 0.90]$. (B) $(0.90, 0.95]$. (C) $(0.95, 1.00]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Es sei $X \sim Po(4)$. Dann liegt $P(X \geq 2)$ in

A25: (A) $[0.83, 0.86]$. (B) $(0.86, 0.89]$. (C) $(0.89, 0.92]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Die Gewichte von Äpfeln (einer speziellen Sorte) mögen normalverteilt sein mit $\mu = 160$ und $\sigma = 30$ (alle Angaben in Gramm, g). Die Gewichte von Birnen (einer speziellen Sorte) seien normalverteilt mit Erwartungswert 200 und Standardabweichung 50. Alle Gewichte werden als unabhängig aufgefasst.
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Apfel mehr als 190 g wiegt, ist dann in

A26: (A) $[0.14, 0.17]$. (B) $(0.17, 0.20]$. (C) $(0.20, 0.23]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Apfel weniger als eine zufällig ausgewählte Birne wiegt, liegt im Intervall

A27: (A) $[0.71, 0.74]$. (B) $(0.74, 0.77]$. (C) $(0.77, 0.80]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Wahrscheinlichkeit, dass das Gesamtgewicht von drei Äpfeln und zwei Birnen 900 g nicht überschreitet, liegt in

A28: (A) $[0.55, 0.58]$. (B) $(0.58, 0.61]$. (C) $(0.61, 0.64]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
$U, V \sim G(0, 1)$ seien unabhängig, $X = U + 2V$ und $Y = 3U - 2V$. Dann ist $Cov(X, Y)$ in

A29: (A) $[-0.18, -0.14]$. (B) $(-0.14, -0.10]$. (C) $(-0.10, -0.06]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Der Korrelationskoeffizient von X und Y liegt in

A30: (A) $[-0.18, -0.14]$. (B) $(-0.14, -0.10]$. (C) $(-0.10, -0.06]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Eine ideale Münze wird 800 Mal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass genau 400 Mal ‚Zahl' geworfen wird, liegt in

A31: (A) $[0.027, 0.033]$. (B) $(0.033, 0.039]$. (C) $(0.039, 0.045]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. gemäß Verteilungstabelle

x	0	4	8
$P(X_i = x)$	0.2	0.2	0.6

Für das arithmetische Mittel $\bar{X}_n$ für $n = 120$ ist dann $P(\bar{X}_n \leq 5.8)$ in

A32: (A) $[0.66, 0.70]$. (B) $(0.70, 0.74]$. (C) $(0.74, 0.78]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
X, Y, Z seien u.i.v. mit $E(X) = \mu$ und $Var(X) = \sigma^2$. Folgende Schätzer seien gegeben:

$$S = 2X + Y - Z, \qquad T = (X + Y - Z)^2.$$

(a) S ist ein erwartungstreuer Schätzer für

A33: (A) μ. (B) 2μ. (C) 3μ. (D) (A)–(C) sind falsch.

(a) T ist ein erwartungstreuer Schätzer für

A34: (A) $2\sigma^2$. (B) σ^2. (C) $3\sigma^2$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n \sim Po(\lambda)$ seien u.i.v. Gegeben seien die Schätzer

$$U_n = 2\bar{X}_n, \qquad V_n = \frac{1}{n+2} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X}_n)^2.$$

Ein konsistenter Schätzer für den Parameter λ ist gegeben durch

A35: (A) U_n, nicht V_n. (B) U_n und V_n. (C) weder U_n noch V_n. (D) V_n, nicht U_n.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. Exp$(\theta + 1)$-verteilt mit einem unbekanntem Parameter $\theta \geq 0$. Der Momentenschätzer zu θ ist dann

A36: (A) $1 - 1/\bar{X}_n$. (B) $1/\bar{X}_n - 1$. (C) $1/\bar{X}_n + 1$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Die Gewichte zufällig ausgewählter Äpfel der Sorte Elstar seien normalverteilt. Eine Stichprobe vom Umfang 200 hat einen Mittelwert von 153.6 g und eine Stichprobenstandardabweichung von 29.5 g ergeben.
Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervalls für das im Mittel zu erwartende Gewicht eines Apfels der Sorte Elstar (in g) liegt in

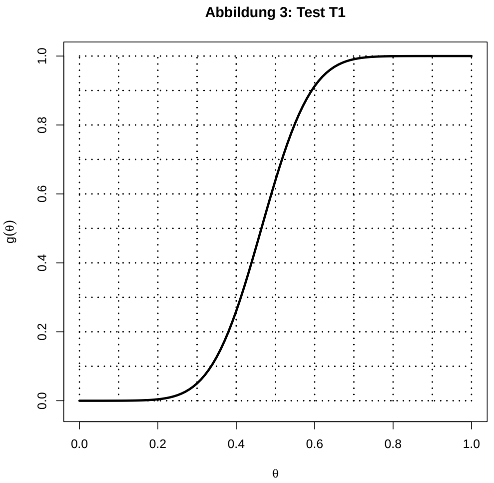
A37: (A) $[157.0, 157.5]$. (B) $(157.5, 158.0]$. (C) $(158.0, 158.5]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

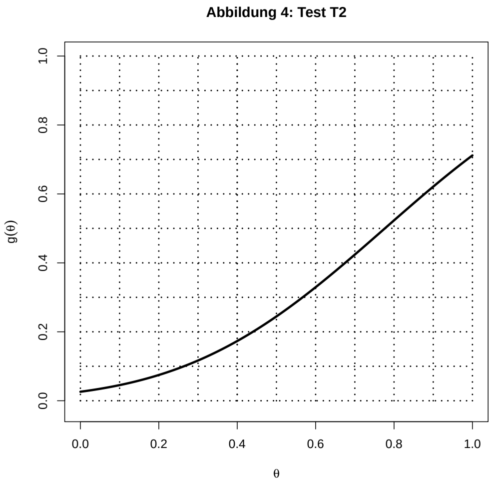
Aufgabe
Das Bundesamt für Arbeit möchte den Anteil θ der Frauen unter den Teilzeitkräften in Deutschland ermitteln. Von 196 zufällig ausgewählten Teilzeitkräften waren 160 weiblich.
Die untere Grenze des approximativen 0.95-Konfidenzintervalls zu θ liegt in

A38: (A) $[0.72, 0.75]$. (B) $(0.75, 0.78]$. (C) $(0.78, 0.81]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die obere Grenze des approximativen 0.95-Konfidenzintervalls für den Parameter $\tau = \theta/(1-\theta)$ liegt im Intervall

A39: (A) $[6.60, 7.00]$. (B) $(7.00, 7.40]$. (C) $(7.40, 7.80]$. (D) (A)–(C) sind falsch.





Aufgabe
In den Abbildungen 3 bzw. 4 finden Sie die Darstellungen von Gütefunktionen zu den Tests T1 bzw. T2 zum Testproblem $H_0 : \theta \leq 0.4$ vs. $H_1 : \theta > 0.4$ zum Parameter $\theta \in [0, 1]$.
Folgende Tests sind 0.2-Niveau-Tests für das angegebene Testproblem:

A40: (A) T1 und T2. (B) T2, nicht T1. (C) T1, nicht T2. (D) Weder T1 noch T2.

Für Test T1 liegt die Irrtumswahrscheinlichkeit für den Parameter $\theta = 0.5$ im Intervall

A41: (A) $[0.10, 0.20]$. (B) $(0.30, 0.40]$. (C) $(0.60, 0.70]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Das Eichamt überprüft anhand eines Signifikanztests mit Stichprobenumfang 25 und Signifikanzniveau 0.0139 bei einem Lebensmittelhersteller, ob die durchschnittliche Füllmenge bei 250g-Paketen mindestens 250 g beträgt (Nullhypothese). Erfahrungsgemäß ist die Füllmenge normalverteilt mit einer Standardabweichung von 4.0 g.
Die Nullhypothese wird dann genau dann abgelehnt, wenn $\bar{X}_n < c$ ist. Hierbei liegt c in

A42: (A) $[247.8, 248.1]$. (B) $(248.1, 248.4]$. (C) $(248.4, 248.7]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Im Rahmen einer Untersuchung wird das Gewicht (in kg) von 15 Jahre alten Kindern in einer speziellen Region erfasst. Aus früheren Untersuchungen ist bekannt, dass das Gewicht normalverteilt ist mit Erwartungswert μ und Varianz 16 (kg^2). 81 Kinder wurden zufällig ausgewählt und ihr Gewicht ermittelt. Als Stichprobenmitttelwert ergab sich $\bar{x} = 37.4$ kg.
Es soll die Nullhypothese zum Niveau 0.05 geprüft werden, ob μ kleiner oder gleich 37 kg ist. Folgender Test ist in einer Einstichprobenversion durchzuführen: Ein

A43: (A) approx. Gauß-Test. (B) t-Test. (C) Gauß-Test. (D) approx. Binomial-Test.

Der Wert der Teststatistik des Tests liegt in

A44: (A) $[0.80, 1.00]$. (B) $(1.00, 1.20]$. (C) $(1.20, 1.40]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Der p-Wert des Tests liegt im Intervall

A45: (A) $[0.11, 0.14]$. (B) $(0.14, 0.17]$. (C) $(0.17, 0.20]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Eine Zufallsstichprobe von 13 Tüten Zucker, die mit einer Abfüllmaschine befüllt wurden, ergab folgende Werte (in g):

988, 1037, 1052, 1035, 993, 1016, 1053, 1088, 1018, 981, 1048, 1047, 1043.

Gehen Sie davon aus, dass die Daten aus einer normalverteilten Grundgesamtheit stammen mit Erwartungswert μ.
Der Schätzwert für die Varianz ist im Intervall

A46: (A) $[650, 750]$. (B) $(750, 850]$. (C) $(850, 950]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Beträge der kritischen Werte für den Signifikanz-Test für das Testproblem $H_0 : \mu = 1000$ gegen $H_1 : \mu \neq 1000$ zum Niveau $\alpha = 0.05$ liegen im Intervall

A47: (A) $[1.90, 2.00]$. (B) $(2.00, 2.10]$. (C) $(2.10, 2.20]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Der Veranstalter eines Glücksspiel behauptet, die Gewinnwahrscheinlichkeit θ bei dem Spiel betrage mindestens 0.5. Ein Spieler nimmt an dem Spiel teil. Bei 144 Spielen gewinnt er 44 Mal. Mit der Absicht, die Behauptung des Veranstalters mit Signifikanz zu widerlegen, führt der Spieler einen geeigneten Signifikanztest zum Niveau $\alpha = 0.05$ durch.
Der Wert der Teststatistik liegt in

A48: (A) $[-4.8, -4.4]$. (B) $(-4.4, -4.0]$. (C) $(-4.0, -3.6]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Alternative des Tests lautet

A49: (A) $\theta \neq 0.5$. (B) $\theta > 0.5$. (C) $\theta < 0.5$. (D) $\theta = 0.5$.

Die Nullhypothese wird auf Grundlage der vorliegenden Daten

A50: (A) nicht abgelehnt. (B) abgelehnt.

Aufgabe
Für das Gewicht von 110 Äpfeln der Sorte Braeburn ergab sich ein Mittelwert von 201.1 g und eine Stichprobenstandardabweichung von 37.0 g. Für das Gewicht von Birnen der Sorte Packham ergab sich für 90 Birnen ein Mittelwert von 204.1 g und eine Stichprobenstandardabweichung von 57.8 g. Es soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ mit statistischen Mitteln mit Signifikanz gezeigt werden, dass das im Mittel zu erwartende Gewicht eines Braeburn-Apfels kleiner als das im Mittel zu erwartende Gewicht einer Packham-Birne ist.
Der Absolutbetrag des Wertes der Teststatistik ist in

A51: (A) $[0.45, 0.50]$. (B) $(0.50, 0.55]$. (C) $(0.55, 0.60]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Nullhypothese wird

A52: (A) nicht abgelehnt. (B) abgelehnt.

Aufgabe
In einer Stadt wird vermutet, dass für in Privathaushalten lebende Rentner eine Abhängigkeit zwischen Haushaltsgröße und Geschlecht besteht.
Bei einer Befragung von 180 zufällig ausgewählten Rentnern erhielt man folgende Angaben:

	Geschlecht		
Haushaltsgröße	männlich	weiblich	Summe
1	4	26	30
2	46	62	108
3 oder größer	10	32	42
Summe	60	120	180

Zur Prüfung der Abhängigkeit soll ein Test zum Niveau 0.05 durchgeführt werden.
Der kritische Wert liegt im Intervall

A53: (A) $[5.60, 5.90]$. (B) $(5.90, 6.20]$. (C) $(6.20, 6.50]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A54: (A) $[10.2, 10.6]$. (B) $(10.6, 11.0]$. (C) $(11.0, 11.4]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Für Gebrauchtwagen eines bestimmten Typs und Alters gelte für den Zusammenhang zwischen den gefahrenen Kilometern x_i (in 1000 km) und dem Marktwert Y_i (in 1000 Euro) das einfache lineare Regressionsmodell

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + U_i, \quad i = 1, 2, \ldots, n,$$

mit $E(U_i) = 0$ und $Var(U_i) = \sigma^2 > 0$, unabhängig.
Die Behauptung des Händlers „Je 10 000 mehr gefahrenen Kilometern verringert sich der Marktwert um durchschnittlich 1000 Euro“ soll widerlegt werden.
Dann lautet die Nullhypothese des zugehörigen Tests

A55: (A) $H_0 : \beta_1 = -0.1$. (B) $H_0 : \beta_0 = -0.1$. (C) $H_0 : \beta_0 = -10$. (D) $H_0 : \beta_1 = -10$.

Für $n = 100$ Gebrauchtwagen des betrachteten Typs liegen folgende Daten vor:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 8\,000, \qquad \sum_{i=1}^{n} y_i = 500, \qquad \sum_{i=1}^{n} x_i y_i = 30\,000$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 670\,000, \qquad \sum_{i=1}^{n} y_i^2 = 5\,990.$$

Der KQ-Koeffizient zu β_1 liegt in

A56: (A) $[-0.38, -0.35]$. (B) $(-0.35, -0.32]$. (C) $(-0.32, -0.29]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Der Schätzwert von σ liegt in

A57: (A) $[1.1, 1.4]$. (B) $(1.4, 1.7]$. (C) $(1.7, 2.0]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Der Zusammenhang zwischen dem Teergehalt (Teer, in mg), Nikotingehalt (Nikotin, in mg) und der ausgestoßenen Kohlenmonoxidmenge (CO, in mg) soll für Zigaretten untersucht werden. Dazu wird eine lineare Regression von CO in Abhängigkeit von Teer und Nikotin durchgeführt. Das Ergebnis der Analyse mit Stata lieferte:

```
      Source |       SS           df       MS      Number of obs   =        14
-------------+----------------------------------   F(2, 11)        =    107.21
       Model |  232.578056         2  116.289028   Prob > F        =    0.0000
    Residual |  11.9312298        11  1.08465725   R-squared       =    0.9512
-------------+----------------------------------   Adj R-squared   =    0.9423
       Total |  244.509286        13  18.8084066   Root MSE        =    1.0415

------------------------------------------------------------------------------
          CO |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
        Teer |   .9358304   .2460226     3.80   0.003     .3943382    1.477323
     Nikotin |  -3.786693   3.938655    -0.96   0.357    -12.45561    4.882227
       _cons |   4.222527   .8461716     4.99   0.000     2.360116    6.084938
------------------------------------------------------------------------------
```

Das Bestimmtheitsmaß liegt im Intervall

A58: (A) $[0.90, 0.92]$. (B) $(0.92, 0.94]$. (C) $(0.94, 0.96]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Der Wert der Teststatistik für das Testproblem, dass der Koeffizient zu Teer kleiner oder gleich 0.5 ist, liegt in

A59: (A) $[1.7, 1.8]$. (B) $(1.8, 1.9]$. (C) $(1.9, 2.0]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Bei einem Teergehalt von 15 mg und Nikotingehalt von 1.0 mg erwarten wir im Mittel einen CO-Ausstoß (in mg), der in folgendem Intervall liegt:

A60: (A) $[14.0, 15.0]$. (B) $(15.0, 16.0]$. (C) $(16.0, 17.0]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2017, 2. Termin, 31. August 2017
Version: C

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen

Aussage	A	B	C	D	
A1:	○	●	○	○	
A2:	○	○	●	~~●~~	
A3:	●	○	●	○	
A4:	○	~~●~~	○	~~●~~	D

Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 30 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

Aufgabe
Ein Versuch wird unter gleichbleibenden Bedingungen 20 Mal wiederholt. Dabei wird 7 Mal ein Ereignis A beobachtet. Für A ist dann $7/20$ eine

A1: (A) klassische Wahrscheinlichkeit. (B) statistische Wahrscheinlichkeit. (C) (A)–(B) sind falsch.

Aufgabe
In zwei Urnen befinden sich jeweils 12 Kugeln, die jeweils von 1 bis 12 durchnummeriert sind. Aus jeder Urne wird eine Kugel gezogen. Das Zugergebnis ist jeweils die Zahl, die auf der Kugel steht. Die Wahrscheinlichkeit, dass sich die beiden gezogenen Zahlen um höchstens 1 unterscheiden, liegt in

A2: (A) $[0.20, 0.25]$. (B) $(0.25, 0.30]$. (C) $(0.30, 0.35]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
A und B seien unabhängige Ereignisse mit $P(A) = 0.3$ und $P(B) = 0.5$.
$P(A \cup B)$ liegt dann in

A3: (A) $[0.40, 0.50]$. (B) $(0.50, 0.60]$. (C) $(0.60, 0.70]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
A, B und C seien unabhängige Ereignisse mit $P(B \cap C) > 0$.
Die Aussage „$P(A|B \cup C) = P(A)$“ ist dann

A4: (A) stets falsch. (B) weder stets richtig noch stets falsch. (C) stets richtig.

Aufgabe
Für einen Aktienfond treffen drei Analysten die Kaufentscheidungen. Eine vorgeschlagene Aktie wird gekauft, wenn die Mehrheit mit „ja“ stimmt. Erfahrungsgemäß stimmen die Analysten unabhängig voneinander jeweils mit Wahrscheinlichkeit 0.65 mit „ja“.
Die Wahrscheinlichkeit, dass eine vorgeschlagene Aktie gekauft wird, liegt in

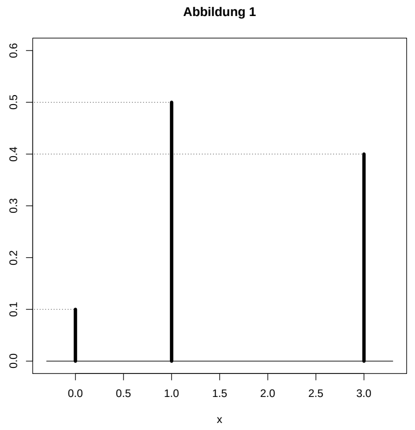
A5: (A) $[0.70, 0.75]$. (B) $(0.75, 0.80]$. (C) $(0.80, 0.85]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

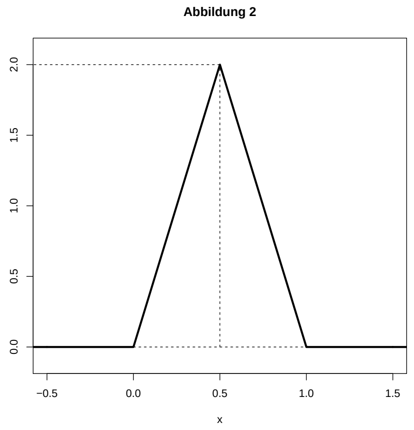
Aufgabe
Gegeben seien 2 Körbe mit Obst: im ersten Korb befinden sich 2 Äpfel und 6 Birnen und im zweiten Korb befinden sich 5 Äpfel und 3 Birnen. Wir werfen einen idealen Würfel. Wenn eine ‚1‘ oder ‚2‘ geworfen wird, ziehen wir eine Frucht aus dem ersten Korb, sonst eine Frucht aus dem zweiten Korb. Dabei sei die Wahrscheinlichkeit für jede Frucht, aus dem zugehörigen Korb gezogen zu werden, jeweils gleich groß.
Die Wahrscheinlichkeit, dass bei dieser Vorgehensweise ein Apfel gezogen wird, liegt in

A6: (A) $[0.38, 0.43]$. (B) $(0.43, 0.48]$. (C) $(0.48, 0.53]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Wahrscheinlichkeit, dass beim Würfeln eine ‚6‘ geworfen wurde, wenn ein Apfel gezogen wurde, liegt im Intervall

A7: (A) $[0.19, 0.22]$. (B) $(0.22, 0.25]$. (C) $(0.25, 0.28]$. (D) (A)–(C) sind falsch.





Aufgabe
Abbildung 1 ist die Darstellung einer

A8: (A) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (B) Verteilungsfunktion.
(C) Dichtefunktion. (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Abbildung 2 ist die Darstellung einer

A9: (A) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (B) Verteilungsfunktion.
(C) Dichtefunktion. (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Aufgabe
Die Zufallsvariable X sei diskret verteilt gemäß folgender Wahrscheinlichkeitstabelle:

x	0	1	2	3	4
$P(X = x)$	0.1	0.0	0.15	0.35	0.4

Der Träger zu X ist

A10: (A) $\{0, 1, 2, 4\}$. (B) $\{0, 2, 3, 4\}$. (C) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Verteilungsfunktion zu X an der Stelle 2.5 ist in

A11: (A) $[0.17, 0.22]$. (B) $(0.22, 0.27]$. (C) $(0.27, 0.32]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

$Var(X^2)$ liegt in

A12: (A) $(8, 12]$. (B) $(28, 32]$. (C) $(38, 42]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
X sei stetig verteilt mit Dichte

$$f_X(x) = \frac{2}{9} \cdot x \cdot I_{[0,3]}(x).$$

$E(3X^2 - 1)$ liegt in

A13: (A) $[12.0, 13.0]$. (B) $(13.0, 14.0]$. (C) $(14.0, 15.0]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Das 0.6-Quantil zu X liegt im Intervall

A14: (A) $[2.00, 2.20]$. (B) $(2.20, 2.40]$. (C) $(2.40, 2.60]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Über die Brieflaufzeiten (gemessen in Tagen) macht die Post eines Landes folgende Angaben: Von allen abgesandten Briefen sind 60% einen Tag, 85% höchstens zwei Tage, 95% höchstens drei Tage und 100% höchstens vier Tage unterwegs, bis sie den Empfänger erreichen.
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Brief genau drei Tage unterwegs ist, ist gleich

A15: (A) 0.10. (B) 0.15. (C) 0.25. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die im Mittel erwartete Versanddauer eines Briefes (in Tagen) liegt dann in

A16: (A) $[1.65, 1.75]$. (B) $(1.75, 1.85]$. (C) $(1.85, 1.95]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Die Zufallsvariablen X_i, $i = 1, \ldots, 25$, seien u.i.v. mit $E(X_i) = 2$ und $Var(X_i) = 16$. Die Summe $T = \sum_{i=1}^{25} X_i$ soll durch eine lineare Funktion $L = a + b \cdot T$ so transformiert werden, dass $E(L) = 0$ und $Var(L) = 1$ sind.
a liegt in

A17: (A) $[-2.6, -2.3]$. (B) $(-2.3, -2.0]$. (C) $(-2.0, -1.7]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

b liegt im Intervall

A18: (A) $[0.06, 0.08]$. (B) $(0.08, 0.10]$. (C) $(0.10, 0.12]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Zum diskreten Zufallsvektor (X, Y) ist folgende unvollständige Kontingenztabelle gegeben:

$X \setminus Y$	1	2	Σ
0			0.50
1	0.30		
Σ		0.60	

$P(X = 0, Y = 1)$ liegt in

A19: (A) $[0.05, 0.15]$. (B) $(0.15, 0.25]$. (C) $(0.25, 0.35]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

$E(Y|X = 1)$ liegt im Intervall

A20: (A) $[0.90, 1.10]$. (B) $(1.10, 1.30]$. (C) $(1.30, 1.50]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Ein Produktionsverfahren kann als Bernoulli-Experiment aufgefasst werden, bei dem bei einer Durchführung entweder *ein* brauchbares oder *ein* unbrauchbares Teil entsteht. Um zwei Teile zu produzieren, wird das Verfahren zweimal durchgeführt. Betrachten Sie dazu die beiden folgenden Zufallsvariablen:

$$X_i = \text{Anzahl der unbrauchbaren Teile bei der } i\text{-ten Durchführung},$$

$i = 1, 2$. Wie lässt sich das Ereignis $\{X_1 + X_2 = 1\}$ beschreiben?

A21: (A) Höchstens ein Teil ist unbrauchbar. (B) Beide Teile sind brauchbar. (C) Genau ein Teil ist unbrauchbar. (D) Beide Teile sind unbrauchbar.

Aufgabe
Würfel 1 sei ein idealer Würfel. Würfel 2 sei auch ein idealer, sechsseitiger Würfel, allerdings seien 3 Seiten mit ‚1' und die verbleibenden Seiten mit einer ‚5' beschriftet.
Die im Mittel erwartete Augenzahl, die mit Würfel 2 geworfen wird, liegt in

A22: (A) $[2.50, 2.70]$. (B) $(2.70, 2.90]$. (C) $(2.90, 3.10]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Wahrscheinlichkeit, dass mit dem Würfel 1 eine größere Augenzahl als mit dem Würfel 2 geworfen wird, liegt in

A23: (A) $[0.45, 0.49]$. (B) $(0.49, 0.53]$. (C) $(0.53, 0.57]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Ein Autovermieter stellt fest, dass die Anzahl der von zwei bestimmten Kunden täglich nachgefragten Fahrzeuge unabhängige Zufallsvariablen sind. Die Anzahl der täglich nachgefragten Fahrzeuge ist für Kunde 1 Bernoulli-verteilt mit Parameter 0.1 und für Kunde 2 binomialverteilt mit den Parametern $n = 3$ und $\pi = 0.4$.
Die Wahrscheinlichkeit, dass an einem Tag von beiden Kunden zusammen höchstens zwei Fahrzeuge nachgefragt werden, liegt in

A24: (A) $[0.84, 0.88]$. (B) $(0.88, 0.92]$. (C) $(0.92, 0.96]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Es sei $X \sim Po(3.5)$. Dann liegt $P(X \geq 2)$ in

A25: (A) $[0.85, 0.88]$. (B) $(0.88, 0.91]$. (C) $(0.91, 0.94]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Die Gewichte von Äpfeln (einer speziellen Sorte) mögen normalverteilt sein mit $\mu = 150$ und $\sigma = 40$ (alle Angaben in Gramm, g). Die Gewichte von Birnen (einer speziellen Sorte) seien normalverteilt mit Erwartungswert 200 und Standardabweichung 50. Alle Gewichte werden als unabhängig aufgefasst.
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Apfel mehr als 190 g wiegt, ist dann in

A26: (A) $[0.14, 0.17]$. (B) $(0.17, 0.20]$. (C) $(0.20, 0.23]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Apfel weniger als eine zufällig ausgewählte Birne wiegt, liegt im Intervall

A27: (A) $[0.71, 0.74]$. (B) $(0.74, 0.77]$. (C) $(0.77, 0.80]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Wahrscheinlichkeit, dass das Gesamtgewicht von drei Äpfeln und zwei Birnen 900 g nicht überschreitet, liegt in

A28: (A) $[0.65, 0.68]$. (B) $(0.68, 0.71]$. (C) $(0.71, 0.74]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
$U, V \sim G(0, 1)$ seien unabhängig, $X = U + 2V$ und $Y = 2U - 3V$. Dann ist $Cov(X, Y)$ in

A29: (A) $[-0.39, -0.35]$. (B) $(-0.35, -0.31]$. (C) $(-0.31, -0.27]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Der Korrelationskoeffizient von X und Y liegt in

A30: (A) $[-0.52, -0.48]$. (B) $(-0.48, -0.44]$. (C) $(-0.44, -0.40]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Eine ideale Münze wird 1200 Mal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass genau 600 Mal ‚Zahl' geworfen wird, liegt in

A31: (A) $[0.022, 0.025]$. (B) $(0.025, 0.028]$. (C) $(0.028, 0.031]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. gemäß Verteilungstabelle

x	0	4	8
$P(X_i = x)$	0.2	0.2	0.6

Für das arithmetische Mittel $\bar{X}_n$ für $n = 80$ ist dann $P(\bar{X}_n \leq 6.0)$ in

A32: (A) $[0.77, 0.81]$. (B) $(0.81, 0.85]$. (C) $(0.85, 0.89]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
X, Y, Z seien u.i.v. mit $E(X) = \mu$ und $Var(X) = \sigma^2$. Folgende Schätzer seien gegeben:

$$S = 2X + 2Y - Z, \qquad T = (2X + Y - 3Z)^2.$$

(a) S ist ein erwartungstreuer Schätzer für

A33: (A) μ. (B) 2μ. (C) 3μ. (D) (A)–(C) sind falsch.

(a) T ist ein erwartungstreuer Schätzer für

A34: (A) $6\sigma^2$. (B) $14\sigma^2$. (C) $12\sigma^2$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n \sim Po(\lambda)$ seien u.i.v. Gegeben seien die Schätzer

$$U_n = 2\bar{X}_n, \qquad V_n = \frac{1}{n+2} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X}_n)^2.$$

Ein konsistenter Schätzer für den Parameter λ ist gegeben durch

A35: (A) weder U_n noch V_n. (B) U_n, nicht V_n. (C) U_n und V_n. (D) V_n, nicht U_n.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. Exp$(\theta + 1)$-verteilt mit einem unbekanntem Parameter $\theta \geq 0$. Der Momentenschätzer zu θ ist dann

A36: (A) $1 - 1/\bar{X}_n$. (B) $1/\bar{X}_n + 1$. (C) $1/\bar{X}_n - 1$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Die Gewichte zufällig ausgewählter Äpfel der Sorte Elstar seien normalverteilt. Eine Stichprobe vom Umfang 120 hat einen Mittelwert von 143.1 g und eine Stichprobenstandardabweichung von 29.5 g ergeben.
Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervalls für das im Mittel zu erwartende Gewicht eines Apfels der Sorte Elstar (in g) liegt in

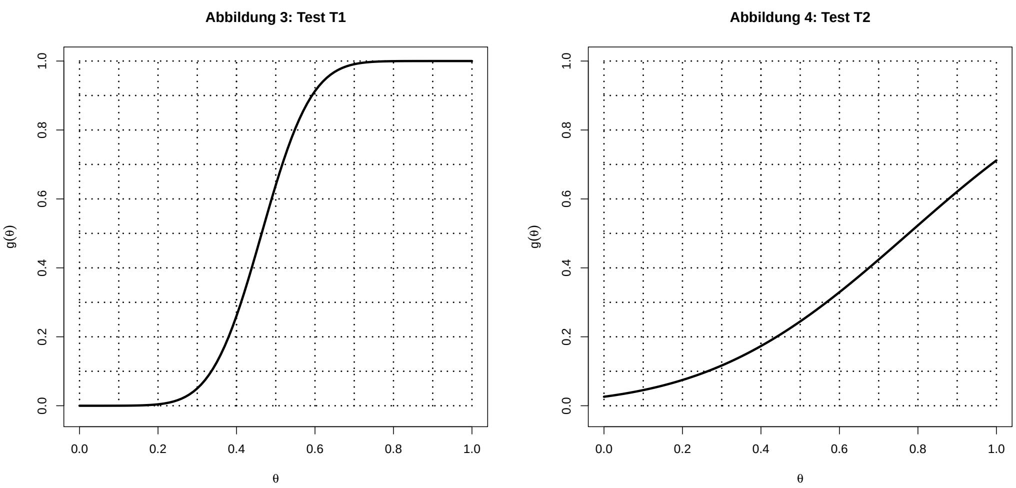
A37: (A) $[147.5, 148.1]$. (B) $(148.1, 148.7]$. (C) $(148.7, 149.3]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Das Bundesamt für Arbeit möchte den Anteil θ der Frauen unter den Teilzeitkräften in Deutschland ermitteln. Von 225 zufällig ausgewählten Teilzeitkräften waren 160 weiblich.
Die untere Grenze des approximativen 0.95-Konfidenzintervalls zu θ liegt in

A38: (A) $[0.64, 0.67]$. (B) $(0.67, 0.70]$. (C) $(0.70, 0.73]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die obere Grenze des approximativen 0.95-Konfidenzintervalls für den Parameter $\tau = \theta/(1-\theta)$ liegt im Intervall

A39: (A) $[2.60, 2.90]$. (B) $(2.90, 3.20]$. (C) $(3.20, 3.50]$. (D) (A)–(C) sind falsch.



Aufgabe
In den Abbildungen 3 bzw. 4 finden Sie die Darstellungen von Gütefunktionen zu den Tests T1 bzw. T2 zum Testproblem $H_0 : \theta \leq 0.4$ vs. $H_1 : \theta > 0.4$ zum Parameter $\theta \in [0, 1]$.
Folgende Tests sind 0.2-Niveau-Tests für das angegebene Testproblem:

A40: (A) T1, nicht T2. (B) T1 und T2. (C) Weder T1 noch T2. (D) T2, nicht T1.

Für Test T2 liegt die Irrtumswahrscheinlichkeit für den Parameter $\theta = 0.6$ im Intervall

A41: (A) $[0.10, 0.20]$. (B) $(0.30, 0.40]$. (C) $(0.60, 0.70]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Das Eichamt überprüft anhand eines Signifikanztests mit Stichprobenumfang 16 und Signifikanzniveau 0.0139 bei einem Lebensmittelhersteller, ob die durchschnittliche Füllmenge bei 250g-Paketen mindestens 250 g beträgt (Nullhypothese). Erfahrungsgemäß ist die Füllmenge normalverteilt mit einer Standardabweichung von 4.0 g.
Die Nullhypothese wird dann genau dann abgelehnt, wenn $\bar{X}_n < c$ ist. Hierbei liegt c in

A42: (A) $[247.7, 248.0]$. (B) $(248.0, 248.3]$. (C) $(248.3, 248.6]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Im Rahmen einer Untersuchung wird das Gewicht (in kg) von 15 Jahre alten Kindern in einer speziellen Region erfasst. Aus früheren Untersuchungen ist bekannt, dass das Gewicht normalverteilt ist mit Erwartungswert μ und Varianz 25 (kg^2). 81 Kinder wurden zufällig ausgewählt und ihr Gewicht ermittelt. Als Stichprobenmitttelwert ergab sich $\bar{x} = 37.4$ kg.
Es soll die Nullhypothese zum Niveau 0.05 geprüft werden, ob μ kleiner oder gleich 37 kg ist. Folgender Test ist in einer Einstichprobenversion durchzuführen: Ein

A43: (A) approx. Gauß-Test. (B) t-Test. (C) approx. Binomial-Test. (D) Gauß-Test.

Der Wert der Teststatistik des Tests liegt in

A44: (A) $[0.40, 0.60]$. (B) $(0.60, 0.80]$. (C) $(0.80, 1.00]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Der p-Wert des Tests liegt im Intervall

A45: (A) $[0.19, 0.22]$. (B) $(0.22, 0.25]$. (C) $(0.25, 0.28]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Eine Zufallsstichprobe von 10 Tüten Zucker, die mit einer Abfüllmaschine befüllt wurden, ergab folgende Werte (in g):

971, 984, 989, 974, 1013, 1019, 983, 998, 1006, 1008.

Gehen Sie davon aus, dass die Daten aus einer normalverteilten Grundgesamtheit stammen mit Erwartungswert μ.
Der Schätzwert für die Varianz ist im Intervall

A46: (A) $[200, 230]$. (B) $(230, 260]$. (C) $(260, 290]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Beträge der kritischen Werte für den Signifikanz-Test für das Testproblem $H_0 : \mu = 1000$ gegen $H_1 : \mu \neq 1000$ zum Niveau $\alpha = 0.05$ liegen im Intervall

A47: (A) $[1.80, 1.90]$. (B) $(1.90, 2.00]$. (C) $(2.00, 2.10]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Der Veranstalter eines Glücksspiel behauptet, die Gewinnwahrscheinlichkeit θ bei dem Spiel betrage mindestens 0.5. Ein Spieler nimmt an dem Spiel teil. Bei 100 Spielen gewinnt er 46 Mal. Mit der Absicht, die Behauptung des Veranstalters mit Signifikanz zu widerlegen, führt der Spieler einen geeigneten Signifikanztest zum Niveau $\alpha = 0.05$ durch.
Der Wert der Teststatistik liegt in

A48: (A) $[-1.3, -1.1]$. (B) $(-1.1, -0.9]$. (C) $(-0.9, -0.7]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Alternative des Tests lautet

A49: (A) $\theta < 0.5$. (B) $\theta > 0.5$. (C) $\theta \neq 0.5$. (D) $\theta = 0.5$.

Die Nullhypothese wird auf Grundlage der vorliegenden Daten

A50: (A) abgelehnt. (B) nicht abgelehnt.

Aufgabe
Für das Gewicht von 110 Äpfeln der Sorte Braeburn ergab sich ein Mittelwert von 191.1 g und eine Stichprobenstandardabweichung von 33.0 g. Für das Gewicht von Birnen der Sorte Packham ergab sich für 90 Birnen ein Mittelwert von 204.1 g und eine Stichprobenstandardabweichung von 57.8 g. Es soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ mit statistischen Mitteln mit Signifikanz gezeigt werden, dass das im Mittel zu erwartende Gewicht eines Braeburn-Apfels kleiner als das im Mittel zu erwartende Gewicht einer Packham-Birne ist.
Der Absolutbetrag des Wertes der Teststatistik ist in

A51: (A) $[1.88, 1.93]$. (B) $(1.93, 1.98]$. (C) $(1.98, 2.03]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Nullhypothese wird

A52: (A) abgelehnt. (B) nicht abgelehnt.

Aufgabe
In einer Stadt wird vermutet, dass für in Privathaushalten lebende Rentner eine Abhängigkeit zwischen Haushaltsgröße und Geschlecht besteht.
Bei einer Befragung von 180 zufällig ausgewählten Rentnern erhielt man folgende Angaben:

	Geschlecht		
Haushaltsgröße	männlich	weiblich	Summe
1	6	24	30
2	36	72	108
3 oder größer	18	24	42
Summe	60	120	180

Zur Prüfung der Abhängigkeit soll ein Test zum Niveau 0.025 durchgeführt werden.
Der kritische Wert liegt im Intervall

A53: (A) $[6.90, 7.20]$. (B) $(7.20, 7.50]$. (C) $(7.50, 7.80]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A54: (A) $[3.7, 4.0]$. (B) $(4.0, 4.3]$. (C) $(4.3, 4.6]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Für Gebrauchtwagen eines bestimmten Typs und Alters gelte für den Zusammenhang zwischen den gefahrenen Kilometern x_i (in 1000 km) und dem Marktwert Y_i (in 1000 Euro) das einfache lineare Regressionsmodell

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + U_i, \quad i = 1, 2, \ldots, n,$$

mit $E(U_i) = 0$ und $Var(U_i) = \sigma^2 > 0$, unabhängig.
Die Behauptung des Händlers „Je 10 000 mehr gefahrenen Kilometern verringert sich der Marktwert um durchschnittlich 1000 Euro“ soll widerlegt werden.
Dann lautet die Nullhypothese des zugehörigen Tests

A55: (A) $H_0 : \beta_1 = -0.1$. (B) $H_0 : \beta_0 = -0.1$. (C) $H_0 : \beta_0 = -10$. (D) $H_0 : \beta_1 = -10$.

Für $n = 100$ Gebrauchtwagen des betrachteten Typs liegen folgende Daten vor:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 8\,000, \qquad \sum_{i=1}^{n} y_i = 500, \qquad \sum_{i=1}^{n} x_i y_i = 30\,000$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 680\,000, \qquad \sum_{i=1}^{n} y_i^2 = 5\,490.$$

Der KQ-Koeffizient zu β_1 liegt in

A56: (A) $[-0.26, -0.23]$. (B) $(-0.23, -0.20]$. (C) $(-0.20, -0.17]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Der Schätzwert von σ liegt in

A57: (A) $[1.5, 1.8]$. (B) $(1.8, 2.1]$. (C) $(2.1, 2.4]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Der Zusammenhang zwischen dem Teergehalt (Teer, in mg), Nikotingehalt (Nikotin, in mg) und der ausgestoßenen Kohlenmonoxidmenge (CO, in mg) soll für Zigaretten untersucht werden. Dazu wird eine lineare Regression von CO in Abhängigkeit von Teer und Nikotin durchgeführt. Das Ergebnis der Analyse mit Stata lieferte:

```
      Source |       SS           df       MS      Number of obs   =        16
-------------+----------------------------------   F(2, 13)        =     79.38
       Model |  283.522021         2   141.76101   Prob > F        =    0.0000
    Residual |  23.2173541        13  1.78595032   R-squared       =    0.9243
-------------+----------------------------------   Adj R-squared   =    0.9127
       Total |  306.739375        15  20.4492917   Root MSE        =    1.3364

------------------------------------------------------------------------------
          CO |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
        Teer |   .9615204   .2697471     3.56   0.003     .3787672    1.544274
     Nikotin |  -.0153302   4.304938    -0.00   0.997    -9.315583    9.284923
       _cons |   1.115563   1.091563     1.02   0.325    -1.242616    3.473742
------------------------------------------------------------------------------
```

Das Bestimmtheitsmaß liegt im Intervall

A58: (A) $[0.90, 0.92]$. (B) $(0.92, 0.94]$. (C) $(0.94, 0.96]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Der Wert der Teststatistik für das Testproblem, dass der Koeffizient zu Teer kleiner oder gleich 0.5 ist, liegt in

A59: (A) $[1.45, 1.55]$. (B) $(1.55, 1.65]$. (C) $(1.65, 1.75]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Bei einem Teergehalt von 15 mg und Nikotingehalt von 1.0 mg erwarten wir im Mittel einen CO-Ausstoß (in mg), der in folgendem Intervall liegt:

A60: (A) $[14.0, 15.0]$. (B) $(15.0, 16.0]$. (C) $(16.0, 17.0]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Dr. Ingo Steinke

Universität Mannheim
Lehrstuhl für Statistik

Klausur zur Veranstaltung Grundlagen der Statistik

FSS 2017, 2. Termin, 31. August 2017
Version: D

Die Klausur besteht aus einem losen Lösungsbogen, einem gehefteten Teil und einer Formelsammlung. Vergleichen Sie die Version von Lösungsbogen und geheftetem Teil.
Der geheftete Teil mit 10 Seiten besteht aus diesem Deckblatt und Aufgabenzetteln mit **60** Aufgaben. Überprüfen Sie bitte Ihr Exemplar auf Vollständigkeit!

Zu jeder Aufgabe sind zwei bis vier Antworten angegeben. Von den Antwortmöglichkeiten (A) bis (D) ist genau eine richtig. Ermitteln Sie dazu die Werte, auf deren Grundlage Sie Ihre Entscheidung treffen, möglichst genau. Markieren Sie Ihre Antwort bitte auf dem Lösungsbogen. Am Ende der Klausur ist nur der **unterschriebene Lösungsbogen** abzugeben.

Unbearbeitete Aussagen, d.h. wenn keine Option markiert wurde, oder undeutliche oder unmögliche Angaben zu einer Aufgabe werden mit 0 Punkten bewertet.
Korrekt bearbeitete Aufgaben werden mit 1 Punkt, nicht korrekt bearbeitete mit 0 Punkten bewertet. Die Gesamtpunktzahl ergibt sich durch Addition aller Punkte.

Für Ihre Auswahl müssen Sie die passenden Kreise auf dem Lösungsbogen ausmalen. Bei einer ungewollten Auswahl streichen Sie den nicht korrekt markierten Kreis mit einem X durch.

Illustrierende Beispiele:

Lösungsbogen

Aussage	A	B	C	D	
A1:	○	●	○	○	
A2:	○	○	●	~~●~~	
A3:	●	○	●	○	
A4:	○	~~●~~	○	~~●~~	D

Sie denken Aussage ...

- A1: B ist richtig.
- A2: C ist richtig, zuerst wurde D markiert.
- A3: A *oder* C ist richtig. Kein Punkt.
- A4: D ist richtig. Zuerst wurde D, dann aber B markiert.

In der Klausur werden 60 Punkte vergeben. Ab einer Punktzahl von 30 Punkten gilt die Klausur auf jeden Fall als bestanden. Die Bestehensquote wird auf minimal 60% begrenzt, d.h die Durchfallquote beträgt maximal 40%.

Die Bearbeitungszeit beträgt **180** Minuten.

Als Hilfsmittel ist nur ein nicht-programmierbarer Taschenrechner zugelassen.

Viel Erfolg!

Aufgabe
Ein Versuch wird unter gleichbleibenden Bedingungen 20 Mal wiederholt. Dabei wird 7 Mal ein Ereignis A beobachtet. Für A ist dann $7/20$ eine

A1: (A) statistische Wahrscheinlichkeit. (B) klassische Wahrscheinlichkeit. (C) (A)–(B) sind falsch.

Aufgabe
In zwei Urnen befinden sich jeweils 14 Kugeln, die jeweils von 1 bis 14 durchnummeriert sind. Aus jeder Urne wird eine Kugel gezogen. Das Zugergebnis ist jeweils die Zahl, die auf der Kugel steht. Die Wahrscheinlichkeit, dass sich die beiden gezogenen Zahlen um höchstens 1 unterscheiden, liegt in

A2: (A) $[0.17, 0.22]$. (B) $(0.22, 0.27]$. (C) $(0.27, 0.32]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
A und B seien unabhängige Ereignisse mit $P(A) = 0.6$ und $P(B) = 0.5$.
$P(A \cup B)$ liegt dann in

A3: (A) $[0.82, 0.88]$. (B) $(0.88, 0.94]$. (C) $(0.94, 1.00]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
A, B und C seien unabhängige Ereignisse mit $P(B \cap C) > 0$.
Die Aussage „$P(A|B \cup C) = P(A)$" ist dann

A4: (A) stets richtig. (B) stets falsch. (C) weder stets richtig noch stets falsch.

Aufgabe
Für einen Aktienfond treffen drei Analysten die Kaufentscheidungen. Eine vorgeschlagene Aktie wird gekauft, wenn die Mehrheit mit „ja" stimmt. Erfahrungsgemäß stimmen die Analysten unabhängig voneinander jeweils mit Wahrscheinlichkeit 0.75 mit „ja".
Die Wahrscheinlichkeit, dass eine vorgeschlagene Aktie gekauft wird, liegt in

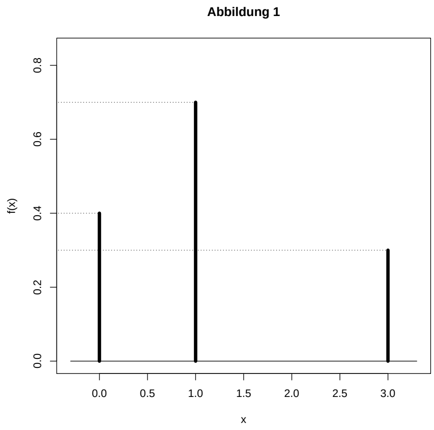
A5: (A) $[0.72, 0.77]$. (B) $(0.77, 0.82]$. (C) $(0.82, 0.87]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

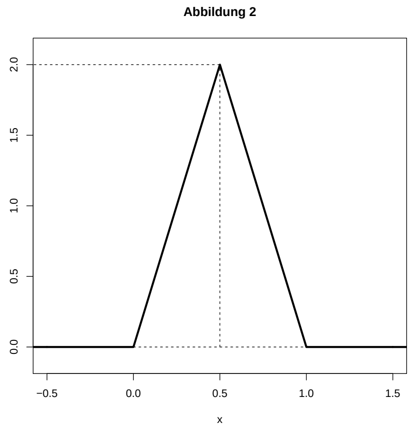
Aufgabe
Gegeben seien 2 Körbe mit Obst: im ersten Korb befinden sich 4 Äpfel und 2 Birnen und im zweiten Korb befinden sich 2 Äpfel und 4 Birnen. Wir werfen einen idealen Würfel. Wenn eine ‚1' bis ‚4' geworfen wird, ziehen wir eine Frucht aus dem ersten Korb, sonst eine Frucht aus dem zweiten Korb. Dabei sei die Wahrscheinlichkeit für jede Frucht, aus dem zugehörigen Korb gezogen zu werden, jeweils gleich groß.
Die Wahrscheinlichkeit, dass bei dieser Vorgehensweise ein Apfel gezogen wird, liegt in

A6: (A) $[0.52, 0.57]$. (B) $(0.57, 0.62]$. (C) $(0.62, 0.67]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Wahrscheinlichkeit, dass beim Würfeln eine ‚6' geworfen wurde, wenn ein Apfel gezogen wurde, liegt im Intervall

A7: (A) $[0.05, 0.07]$. (B) $(0.07, 0.09]$. (C) $(0.09, 0.11]$. (D) (A)–(C) sind falsch.





Aufgabe
Abbildung 1 ist die Darstellung einer

A8: (A) Verteilungsfunktion. (B) Dichtefunktion. (C) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Abbildung 2 ist die Darstellung einer

A9: (A) Wahrscheinlichkeitsfunktion. (B) Verteilungsfunktion. (C) Dichtefunktion. (D) (A) bis (C) sind nicht richtig.

Aufgabe
Die Zufallsvariable X sei diskret verteilt gemäß folgender Wahrscheinlichkeitstabelle:

x	0	1	2	3	4
$P(X = x)$	0.3	0.15	0.25	0.0	0.3

Der Träger zu X ist

A10: (A) $\{1, 2, 4\}$. (B) $\{1, 2, 3, 4\}$. (C) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Verteilungsfunktion zu X an der Stelle 2.5 ist in

A11: (A) $[0.55, 0.65]$. (B) $(0.65, 0.75]$. (C) $(0.75, 0.85]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

$Var(X^2)$ liegt in

A12: (A) $[43, 47]$. (B) $(47, 51]$. (C) $(51, 55]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
X sei stetig verteilt mit Dichte

$$f_X(x) = \frac{2}{9} \cdot x \cdot I_{[0,3]}(x).$$

$E(3X^2 + 1)$ liegt in

A13: (A) $[14.0, 15.0]$. (B) $(15.0, 16.0]$. (C) $(16.0, 17.0]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Das 0.9-Quantil zu X liegt im Intervall

A14: (A) $[2.30, 2.50]$. (B) $(2.50, 2.70]$. (C) $(2.70, 2.90]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Über die Brieflaufzeiten (gemessen in Tagen) macht die Post eines Landes folgende Angaben: Von allen abgesandten Briefen sind 60% einen Tag, 75% höchstens zwei Tage, 90% höchstens drei Tage und 100% höchstens vier Tage unterwegs, bis sie den Empfänger erreichen.
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Brief genau zwei Tage unterwegs ist, ist gleich

A15: (A) 0.10. (B) 0.15. (C) 0.60. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die im Mittel erwartete Versanddauer eines Briefes (in Tagen) liegt dann in

A16: (A) $[1.45, 1.65]$. (B) $(1.65, 1.85]$. (C) $(1.85, 2.15]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Die Zufallsvariablen X_i, $i = 1, \ldots, 20$, seien u.i.v. mit $E(X_i) = -2$ und $Var(X_i) = 4$. Die Summe $T = \sum_{i=1}^{20} X_i$ soll durch eine lineare Funktion $L = a + b \cdot T$ so transformiert werden, dass $E(L) = 0$ und $Var(L) = 1$ sind.
a liegt in

A17: (A) $[4.2, 4.7]$. (B) $(4.7, 5.2]$. (C) $(5.2, 5.7]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

b liegt im Intervall

A18: (A) $[0.06, 0.08]$. (B) $(0.08, 0.10]$. (C) $(0.10, 0.12]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Zum diskreten Zufallsvektor (X, Y) ist folgende unvollständige Kontingenztabelle gegeben:

$X \setminus Y$	1	2	Σ
0			0.30
1	0.40		
Σ		0.40	

$P(X = 0, Y = 1)$ liegt in

A19: (A) $[0.05, 0.15]$. (B) $(0.15, 0.25]$. (C) $(0.25, 0.35]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

$E(Y|X = 1)$ liegt im Intervall

A20: (A) $[0.90, 1.10]$. (B) $(1.10, 1.30]$. (C) $(1.30, 1.50]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Ein Produktionsverfahren kann als Bernoulli-Experiment aufgefasst werden, bei dem bei einer Durchführung entweder *ein* brauchbares oder *ein* unbrauchbares Teil entsteht. Um zwei Teile zu produzieren, wird das Verfahren zweimal durchgeführt. Betrachten Sie dazu die beiden folgenden Zufallsvariablen:

$$X_i = \text{Anzahl der unbrauchbaren Teile bei der } i\text{-ten Durchführung},$$

$i = 1, 2$. Wie lässt sich das Ereignis $\{X_1 + X_2 = 1\}$ beschreiben?

A21: (A) Höchstens ein Teil ist unbrauchbar. (B) Beide Teile sind brauchbar.
(C) Beide Teile sind unbrauchbar. (D) Genau ein Teil ist unbrauchbar.

Aufgabe
Würfel 1 sei ein idealer Würfel. Würfel 2 sei auch ein idealer, sechsseitiger Würfel, allerdings seien 4 Seiten mit ‚2' und die verbleibenden Seiten mit einer ‚6' beschriftet.
Die im Mittel erwartete Augenzahl, die mit Würfel 2 geworfen wird, liegt in

A22: (A) $[2.80, 3.00]$. (B) $(3.00, 3.20]$. (C) $(3.20, 3.40]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Wahrscheinlichkeit, dass mit dem Würfel 1 eine größere Augenzahl als mit dem Würfel 2 geworfen wird, liegt in

A23: (A) $[0.37, 0.40]$. (B) $(0.40, 0.43]$. (C) $(0.43, 0.46]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Ein Autovermieter stellt fest, dass die Anzahl der von zwei bestimmten Kunden täglich nachgefragten Fahrzeuge unabhängige Zufallsvariablen sind. Die Anzahl der täglich nachgefragten Fahrzeuge ist für Kunde 1 Bernoulli-verteilt mit Parameter 0.2 und für Kunde 2 binomialverteilt mit den Parametern $n = 3$ und $\pi = 0.5$.
Die Wahrscheinlichkeit, dass an einem Tag von beiden Kunden zusammen höchstens zwei Fahrzeuge nachgefragt werden, liegt in

A24: (A) $[0.68, 0.73]$. (B) $(0.73, 0.78]$. (C) $(0.78, 0.83]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Es sei $X \sim Po(2)$. Dann liegt $P(X \geq 2)$ in

A25: (A) $[0.58, 0.61]$. (B) $(0.61, 0.64]$. (C) $(0.64, 0.67]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Die Gewichte von Äpfeln (einer speziellen Sorte) mögen normalverteilt sein mit $\mu = 160$ und $\sigma = 40$ (alle Angaben in Gramm, g). Die Gewichte von Birnen (einer speziellen Sorte) seien normalverteilt mit Erwartungswert 200 und Standardabweichung 50. Alle Gewichte werden als unabhängig aufgefasst.
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Apfel mehr als 190 g wiegt, ist dann in

A26: (A) $[0.12, 0.15]$. (B) $(0.15, 0.18]$. (C) $(0.18, 0.21]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Apfel weniger als eine zufällig ausgewählte Birne wiegt, liegt im Intervall

A27: (A) $[0.69, 0.72]$. (B) $(0.72, 0.75]$. (C) $(0.75, 0.78]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Wahrscheinlichkeit, dass das Gesamtgewicht von drei Äpfeln und zwei Birnen 900 g nicht überschreitet, liegt in

A28: (A) $[0.57, 0.60]$. (B) $(0.60, 0.63]$. (C) $(0.63, 0.66]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
$U, V \sim G(0, 1)$ seien unabhängig, $X = U + 2V$ und $Y = 3U - 3V$. Dann ist $Cov(X, Y)$ in

A29: (A) $[-0.26, -0.23]$. (B) $(-0.23, -0.20]$. (C) $(-0.20, -0.17]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Der Korrelationskoeffizient von X und Y liegt in

A30: (A) $[-0.36, -0.33]$. (B) $(-0.33, -0.30]$. (C) $(-0.30, -0.27]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Eine ideale Münze wird 900 Mal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit, dass genau 450 Mal ‚Zahl' geworfen wird, liegt in

A31: (A) $[0.015, 0.019]$. (B) $(0.019, 0.023]$. (C) $(0.023, 0.027]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. gemäß Verteilungstabelle

x	0	4	8
$P(X_i = x)$	0.2	0.2	0.6

Für das arithmetische Mittel $\bar{X}_n$ für $n = 150$ ist dann $P(\bar{X}_n \leq 5.8)$ in

A32: (A) $[0.76, 0.80]$. (B) $(0.80, 0.84]$. (C) $(0.84, 0.88]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
X, Y, Z seien u.i.v. mit $E(X) = \mu$ und $Var(X) = \sigma^2$. Folgende Schätzer seien gegeben:

$$S = 3X + Y - 2Z, \qquad T = (2X + 2Y - 4Z)^2.$$

(a) S ist ein erwartungstreuer Schätzer für

A33: (A) μ. (B) 2μ. (C) 3μ. (D) (A)–(C) sind falsch.

(a) T ist ein erwartungstreuer Schätzer für

A34: (A) $8\sigma^2$. (B) $16\sigma^2$. (C) $24\sigma^2$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n \sim Po(\lambda)$ seien u.i.v. Gegeben seien die Schätzer

$$U_n = 2\bar{X}_n, \qquad V_n = \frac{1}{n+2} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X}_n)^2.$$

Ein konsistenter Schätzer für den Parameter λ ist gegeben durch

A35: (A) V_n, nicht U_n. (B) U_n und V_n. (C) U_n, nicht V_n. (D) weder U_n noch V_n.

Aufgabe
$X_1, \ldots, X_n$ seien u.i.v. $\mathrm{Exp}(\theta + 1)$-verteilt mit einem unbekanntem Parameter $\theta \geq 0$. Der Momentenschätzer zu θ ist dann

A36: (A) $1/\bar{X}_n - 1$. (B) $1 - 1/\bar{X}_n$. (C) $1/\bar{X}_n + 1$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Die Gewichte zufällig ausgewählter Äpfel der Sorte Elstar seien normalverteilt. Eine Stichprobe vom Umfang 160 hat einen Mittelwert von 158.6 g und eine Stichprobenstandardabweichung von 29.5 g ergeben.
Die obere Grenze des 0.95-Konfidenzintervalls für das im Mittel zu erwartende Gewicht eines Apfels der Sorte Elstar (in g) liegt in

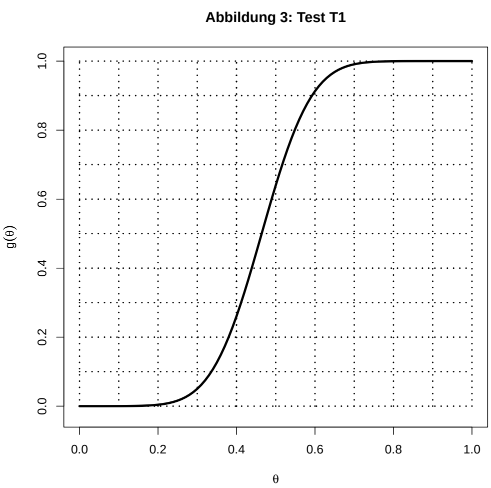
A37: (A) $[162.5, 163.0]$. (B) $(163.0, 163.5]$. (C) $(163.5, 164.0]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

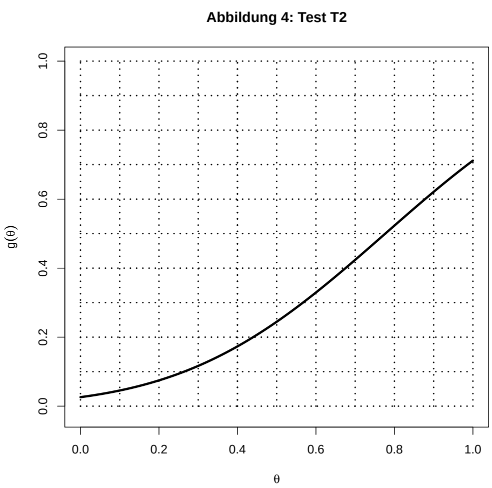
Aufgabe
Das Bundesamt für Arbeit möchte den Anteil θ der Frauen unter den Teilzeitkräften in Deutschland ermitteln. Von 196 zufällig ausgewählten Teilzeitkräften waren 140 weiblich.
Die untere Grenze des approximativen 0.95-Konfidenzintervalls zu θ liegt in

A38: (A) $[0.61, 0.64]$. (B) $(0.64, 0.67]$. (C) $(0.67, 0.70]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die obere Grenze des approximativen 0.95-Konfidenzintervalls für den Parameter $\tau = \theta/(1-\theta)$ liegt im Intervall

A39: (A) $[3.00, 3.30]$. (B) $(3.30, 3.60]$. (C) $(3.60, 3.90]$. (D) (A)–(C) sind falsch.





Aufgabe
In den Abbildungen 3 bzw. 4 finden Sie die Darstellungen von Gütefunktionen zu den Tests T1 bzw. T2 zum Testproblem $H_0 : \theta \leq 0.4$ vs. $H_1 : \theta > 0.4$ zum Parameter $\theta \in [0, 1]$.
Folgende Tests sind 0.2-Niveau-Tests für das angegebene Testproblem:

A40: (A) T1 und T2. (B) T1, nicht T2. (C) T2, nicht T1. (D) Weder T1 noch T2.

Für Test T2 liegt die Irrtumswahrscheinlichkeit für den Parameter $\theta = 0.7$ im Intervall

A41: (A) $[0.30, 0.40]$. (B) $(0.40, 0.50]$. (C) $(0.50, 0.60]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Das Eichamt überprüft anhand eines Signifikanztests mit Stichprobenumfang 16 und Signifikanzniveau 0.0139 bei einem Lebensmittelhersteller, ob die durchschnittliche Füllmenge bei 250g-Paketen mindestens 250 g beträgt (Nullhypothese). Erfahrungsgemäß ist die Füllmenge normalverteilt mit einer Standardabweichung von 3.0 g.
Die Nullhypothese wird dann genau dann abgelehnt, wenn $\bar{X}_n < c$ ist. Hierbei liegt c in

A42: (A) $[247.6, 247.9]$. (B) $(247.9, 248.2]$. (C) $(248.2, 248.5]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Im Rahmen einer Untersuchung wird das Gewicht (in kg) von 15 Jahre alten Kindern in einer speziellen Region erfasst. Aus früheren Untersuchungen ist bekannt, dass das Gewicht normalverteilt ist mit Erwartungswert μ und Varianz 16 (kg^2). 64 Kinder wurden zufällig ausgewählt und ihr Gewicht ermittelt. Als Stichprobenmitttelwert ergab sich $\bar{x} = 37.4$ kg.
Es soll die Nullhypothese zum Niveau 0.05 geprüft werden, ob μ kleiner oder gleich 37 kg ist. Folgender Test ist in einer Einstichprobenversion durchzuführen: Ein

A43: (A) Gauß-Test. (B) approx. Gauß-Test. (C) t-Test. (D) approx. Binomial-Test.

Der Wert der Teststatistik des Tests liegt in

A44: (A) $[0.90, 1.10]$. (B) $(1.10, 1.30]$. (C) $(1.30, 1.50]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Der p-Wert des Tests liegt im Intervall

A45: (A) $[0.14, 0.17]$. (B) $(0.17, 0.20]$. (C) $(0.20, 0.23]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Eine Zufallsstichprobe von 12 Tüten Zucker, die mit einer Abfüllmaschine befüllt wurden, ergab folgende Werte (in g):

1013, 1018, 1016, 1003, 1048, 984, 1049, 1028, 981, 1035, 1002, 987.

Gehen Sie davon aus, dass die Daten aus einer normalverteilten Grundgesamtheit stammen mit Erwartungswert μ.
Der Schätzwert für die Varianz ist im Intervall

A46: (A) $[440, 500]$. (B) $(500, 570]$. (C) $(570, 640]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Beträge der kritischen Werte für den Signifikanz-Test für das Testproblem $H_0 : \mu = 1000$ gegen $H_1 : \mu \neq 1000$ zum Niveau $\alpha = 0.05$ liegen im Intervall

A47: (A) $[2.05, 2.15]$. (B) $(2.15, 2.25]$. (C) $(2.25, 2.35]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Der Veranstalter eines Glücksspiel behauptet, die Gewinnwahrscheinlichkeit θ bei dem Spiel betrage mindestens 0.5. Ein Spieler nimmt an dem Spiel teil. Bei 144 Spielen gewinnt er 58 Mal. Mit der Absicht, die Behauptung des Veranstalters mit Signifikanz zu widerlegen, führt der Spieler einen geeigneten Signifikanztest zum Niveau $\alpha = 0.05$ durch.
Der Wert der Teststatistik liegt in

A48: (A) $[-3.4, -3.1]$. (B) $(-3.1, -2.8]$. (C) $(-2.8, -2.5]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Alternative des Tests lautet

A49: (A) $\theta > 0.5$. (B) $\theta \neq 0.5$. (C) $\theta < 0.5$. (D) $\theta = 0.5$.

Die Nullhypothese wird auf Grundlage der vorliegenden Daten

A50: (A) nicht abgelehnt. (B) abgelehnt.

Aufgabe
Für das Gewicht von 110 Äpfeln der Sorte Braeburn ergab sich ein Mittelwert von 201.1 g und eine Stichprobenstandardabweichung von 33.0 g. Für das Gewicht von Birnen der Sorte Packham ergab sich für 90 Birnen ein Mittelwert von 204.1 g und eine Stichprobenstandardabweichung von 57.8 g. Es soll zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ mit statistischen Mitteln mit Signifikanz gezeigt werden, dass das im Mittel zu erwartende Gewicht eines Braeburn-Apfels kleiner als das im Mittel zu erwartende Gewicht einer Packham-Birne ist.
Der Absolutbetrag des Wertes der Teststatistik ist in

A51: (A) $[0.42, 0.47]$. (B) $(0.47, 0.52]$. (C) $(0.52, 0.57]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Die Nullhypothese wird

A52: (A) nicht abgelehnt. (B) abgelehnt.

Aufgabe
In einer Stadt wird vermutet, dass für in Privathaushalten lebende Rentner eine Abhängigkeit zwischen Haushaltsgröße und Geschlecht besteht.
Bei einer Befragung von 180 zufällig ausgewählten Rentnern erhielt man folgende Angaben:

	Geschlecht		
Haushaltsgröße	männlich	weiblich	Summe
1	4	26	30
2	46	62	108
3 oder größer	10	32	42
Summe	60	120	180

Zur Prüfung der Abhängigkeit soll ein Test zum Niveau 0.01 durchgeführt werden.
Der kritische Wert liegt im Intervall

A53: (A) $[8.60, 9.00]$. (B) $(9.00, 9.40]$. (C) $(9.40, 9.80]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Der Wert der Teststatistik liegt im Intervall

A54: (A) $[10.6, 11.0]$. (B) $(11.0, 11.4]$. (C) $(11.4, 11.8]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Für Gebrauchtwagen eines bestimmten Typs und Alters gelte für den Zusammenhang zwischen den gefahrenen Kilometern x_i (in 1000 km) und dem Marktwert Y_i (in 1000 Euro) das einfache lineare Regressionsmodell

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + U_i, \quad i = 1, 2, \ldots, n,$$

mit $E(U_i) = 0$ und $Var(U_i) = \sigma^2 > 0$, unabhängig.
Die Behauptung des Händlers „Je 10 000 mehr gefahrenen Kilometern verringert sich der Marktwert um durchschnittlich 1000 Euro“ soll widerlegt werden.
Dann lautet die Nullhypothese des zugehörigen Tests

A55: (A) $H_0 : \beta_0 = -0.1$. (B) $H_0 : \beta_0 = -10$. (C) $H_0 : \beta_1 = -10$. (D) $H_0 : \beta_1 = -0.1$.

Für $n = 100$ Gebrauchtwagen des betrachteten Typs liegen folgende Daten vor:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 8\,000, \qquad \sum_{i=1}^{n} y_i = 500, \qquad \sum_{i=1}^{n} x_i y_i = 30\,000$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 680\,000, \qquad \sum_{i=1}^{n} y_i^2 = 5\,990.$$

Der KQ-Koeffizient zu β_1 liegt in

A56: (A) $[-0.33, -0.30]$. (B) $(-0.30, -0.27]$. (C) $(-0.27, -0.24]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Der Schätzwert von σ liegt in

A57: (A) $[3.0, 3.3]$. (B) $(3.3, 3.6]$. (C) $(3.6, 3.9]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Aufgabe
Der Zusammenhang zwischen dem Teergehalt (Teer, in mg), Nikotingehalt (Nikotin, in mg) und der ausgestoßenen Kohlenmonoxidmenge (CO, in mg) soll für Zigaretten untersucht werden. Dazu wird eine lineare Regression von CO in Abhängigkeit von Teer und Nikotin durchgeführt. Das Ergebnis der Analyse mit Stata lieferte:

```
      Source |       SS           df       MS      Number of obs   =        19
-------------+----------------------------------   F(2, 16)        =    175.31
       Model |  355.697455         2  177.848727   Prob > F        =    0.0000
    Residual |  16.2320187        16  1.01450117   R-squared       =    0.9564
-------------+----------------------------------   Adj R-squared   =    0.9509
       Total |  371.929474        18  20.6627485   Root MSE        =    1.0072

------------------------------------------------------------------------------
          CO |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
        Teer |   .9693281   .1918943     5.05   0.000     .5625302    1.376126
     Nikotin |  -.2731456    3.09917    -0.09   0.931    -6.843093    6.296802
       _cons |   1.098443   .7705522     1.43   0.173    -.5350551     2.73194
------------------------------------------------------------------------------
```

Das Bestimmtheitsmaß liegt im Intervall

A58: (A) $[0.91, 0.93]$. (B) $(0.93, 0.95]$. (C) $(0.95, 0.97]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Der Wert der Teststatistik für das Testproblem, dass der Koeffizient zu Teer kleiner oder gleich 0.5 ist, liegt in

A59: (A) $[2.3, 2.4]$. (B) $(2.4, 2.5]$. (C) $(2.5, 2.6]$. (D) (A)–(C) sind falsch.

Bei einem Teergehalt von 15 mg und Nikotingehalt von 1.0 mg erwarten wir im Mittel einen CO-Ausstoß (in mg), der in folgendem Intervall liegt:

A60: (A) $[15.0, 16.0]$. (B) $(16.0, 17.0]$. (C) $(17.0, 18.0]$. (D) (A)–(C) sind falsch.